Tempos de estudo e de lecer

Situación de aprendizaxe 6. Durante o período educativo desde a escola infantil ata segundo de bacharelato o tempo de estudo vai medrando, do mesmo xeito que o tempo para lecer vai diminuíndo. Un dos problemas que atopa actualmente a mocidade é como conseguir optimizar o seu tempo libre, ademais de poder dispor de tempo libre seguido e de mellor calidade. Posibelmente conviría reformular o calendario escolar xa desde idades temperás, se ben isto tivese implicacións na conciliación das familias. Nesta situación de aprendizaxe preténdese analizar distintas cuestións relacionadas co tempo de lecer e co tempo de estudo, moi particularmente no alumnado de segundo de bacharelato e tamén para o profesorado que imparte materias nese curso.

No ámbito do deporte está máis que estudada a necesidade do descanso para mellorar o rendemento nos adestramentos e na competición, tal e como se recolle no primeiro estímulo. Como reto, o alumnado debe elaborar unha proposta de organización escolar, para a que construirá un texto servíndose da resolución das distintas tarefas e da información achegada nos estímulos para apoiar a súa argumentación.

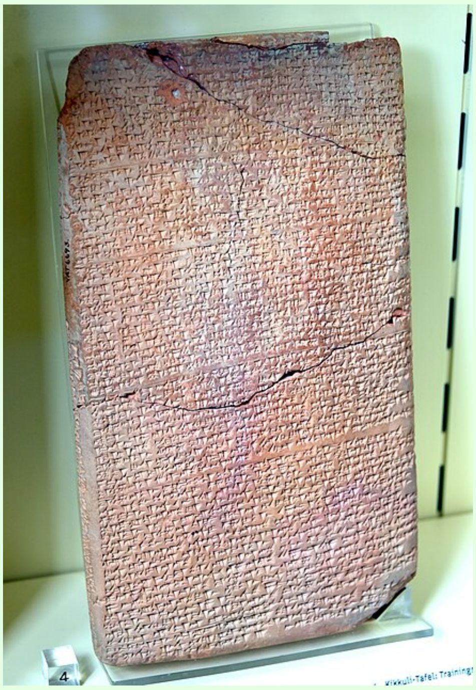
Imaxe de fondo obtida de https:www.freepik.com

;

Estímulo 6.1: A necesidade de descanso.

O descanso é unha necesidade inherente ao ser humano. Non é posible física nin fisioloxicamente manter unha actividade non basal durante un período de tempo indefinido, xa que esta actividade provocará un estado paulatino de fatiga que finalmente nos obrigará, aínda que non o queiramos, ao descanso necesario.

Esta necesidade foi entendida e atendida dende os primeiros textos escritos en que se dilucida certa coherencia na súa escrita. Como exemplo, resulta moi ilustrativo que un libro escrito arredor do ano 1400 a.C. abordase a necesidade de descansar dun xeito tan exacto, con tanto rigor e detalle. O libro en cuestión é *Hittite Horse Training* escrito en lingua lingua hitita por Kikkuli, un adestrador de cabalos. O texto, escrito en táboas cuneiformes, foi descuberto a comezos do século XX, é dicir, nada menos que 3.300 anos despois de ser escrito. Para o pobo hitita, o cabalo e o carro de guerra do que tiraba eran esenciais para a súa supervivencia e, polo tanto, recibían a máxima atención e coidado.



Imaxe tomada da entrada na Wikipedia sobre Kikkuli.

Hoxe, estas táboas cuneiformes consérvanse nos Staatlichen Museen zu Berlin (Museos Estatais de Berlín), no İstanbul Arkeoloji Müzesi (Museo Arqueolóxico de Istambul), e no Anadolu Medeniyetleri Müzesi (Museo das Civilizacións de Anatolia) en Ankara, e foron traducidas a varias linguas. Por outra banda, aínda que non está relacionado co problema que se aborda neste texto, si que é relevante pensar nos milleiros de pezas de museos saqueadas dos territorios onde foron achadas.

Kikkuli detallaba un completo programa, case anual, que incluía dende esforzos de alta intensidade (galope), realizados en fraccións, ata o descanso e coidados necesarios coma o lavado con auga morna ou alimentación con avea, cebada e feo, despois dunha intensa actividade ou con altas temperaturas. Estes métodos son moi similares aos que se usan hoxe en día con deportistas de alto nivel que precisan programar de forma metódica e rigorosa o seu tempo de esforzo e, por suposto, o seu tempo de descanso. Podemos lembrar futbolistas de alto nivel que despois de cada partido ou adestramento poñen a súa musculatura en cubos con xeo, ou mesmo as reiteradas protestas das e dos profesionais por teren demasiados partidos nunha tempada polas sobrecargas que xeran e o conseguinte incremento de lesións.

Hoxe en día, a estes coñecementos transmitidos dende a máis remota antigüidade, sumámoslles os coñecementos derivados da ciencia máis actual que deu pautas moi concretas sobre como tomar un descanso que garanta a recuperación do cansazo de cara a ter maior enerxía para realizar traballos, estudos e mesmo actividades de lecer. A consecución de determinados hábitos fará que poidamos dispor de sono profundo. Por exemplo, realizar exercicio físico regularmente, adiantar a hora da cea ou desconectarnos do uso de dispositivos electrónicos como tabletas, teléfonos e ordenadores dúas horas antes de durmir, mellorará a calidade do sono e permitirá reducir o tempo que tardamos en durmir.

O descanso é tan importante que a administración estableceu normas obrigatorias no lugar de traballo, xa que repercute directamente na produtividade. Por exemplo, os descansos de 15 minutos cada determinado número de horas de traballo, ou o número mínimo de horas de descanso necesarias entre unha quenda de traballo e outra, non só inflúen na produtividade senón que reducen o risco de sufrir un accidente laboral.

Desde hai anos, coa entrada do Espazo Europeo do Ensino Superior, na universidade considérase que as e os estudantes son persoas traballadoras a tempo completo, que deben ter unha xornada de 40 horas semanais, de xeito que se distribúen esas horas entre docencia presencial e o tempo necesario para o estudo. Xa que logo, é posible que exista un tempo para o descanso, para o lecer, para a práctica deportiva, para a tocar un instrumento musical, para dedicalo á danza ou ao baile, ou para simplemente estar coas amizades.

Máis de 3.400 anos despois do libro de Kikkuli non debemos comportarnos como bestas e cómpre aprender a descansar, tanto o corpo como a mente.

Texto de **Óscar García García**, Decano da Facultade de Ciencias da Educación e do Deporte do campus de Pontevedra da Universidade de Vigo.

Estímulo 6.2: Viñeta de Xosé Lois González Vázquez, "o Carrabouxo", publicada no xornal *La Región*

https://x.com/xlcarrabouxo/status/1801167606977593716

Estímulo 6.3: Viñeta de Luís Davila Malvido, "o Bichero", publicada no xornal *Faro de Vigo*

https://www.facebook.com/photo/?fbid=2756598587751670&set=a.405259616218924

Tarefa 6.1. Tempo estimado para a resolución: 20'. Ao comezo de curso, logo dunha reunión de coordinación, o profesorado estima que a suma das horas semanais de estudo das materias química, física e matemáticas debera ser de seis horas, tendo en conta o cambio á nova PAU tal e como se recolle no estímulo 6.1. Despois dos primeiros exames, xa que houbo resultados mellores e peores, a profesora de física dille ao seu alumnado que deben triplicar os esforzos. Na reunión de coordinación son conscientes de que subiron a carga diaria a 10 horas. Posteriormente os resultados de física e de químia foron moi frouxos, polo que ambas docentes insisten na necesidade de facer esforzos nestas dúas materias, e falando coa profesora de física deciden que a carga non pode ser máis do dobre da inicial tamén para a dita materia, quedando en 14 horas semanais de estudo en conxunto, despois de dobrar o tempo semanal para química e multiplicar por $2m$ o de matemáticas, onde m depende do número de boletíns que lles entregarán onde hai un número importante de exercicios moi repetitivos.

1. Para que valores de m podemos calcular o número de horas semanais de estudo para cada unha das tres materias?

2. Canto é o tempo conxunto semanal para química e matemáticas?

Solución. **(1)** Denotemos por Q, F e M o número de horas semanais de estudo de química, física e matemáticas, respectivamente. Segundo o enunciado podemos formular o sistema de ecuacións lineares

$$\begin{cases} Q+F+M=6, \\ Q+3F+M=10, \\ 2Q+2F+2mM=14. \end{cases} \tag{6.1}$$

Sexan

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2m \end{pmatrix}, \quad X=\begin{pmatrix} Q \\ F \\ M \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 14 \end{pmatrix}. \tag{6.2}$$

Se resolvemos o sistema $AX=B$ resulta

$$Q=4+\frac{1}{1-m}, \quad F=2, \quad M=\frac{1}{m-1} \tag{6.3}$$

sempre que $m \neq 1$. Ademais, se $m=1$ entón o sistema é incompatíbel. Por outra banda, o número de horas de estudo ten que ser unha cantidade non negativa, polo que

$$\begin{cases} Q = 4 + \dfrac{1}{1-m} \geq 0 \Leftrightarrow m < 1 \text{ ou } m \geq 5/4, \\ M = \dfrac{1}{m-1} \geq 0 \Leftrightarrow m > 1. \end{cases} \tag{6.4}$$

En consecuencia, $m > 5/4$ para que o resultado teña sentido.

(2) Finalmente,

$$Q + M = 4 + \frac{1}{1-m} + \frac{1}{m-1} = 4 \text{ horas semanais.} \tag{6.5}$$

$\square$

Tarefa 6.2. Tempo estimado para a resolución: 30'. Podemos estimar a porcentaxe de tempo de estudo desde a escola infantil ata segundo de bacharelato mediante unha función loxística (supoñendo que non fai caso ao estímulo 6.2)

$$E(t) = \frac{400}{6 + 400.000 \exp(-t)}, \tag{6.6}$$

onde t é o tempo medido en anos.

1. Nese intervalo de tempo, cando tes que estudar máis?

2. Que porcentaxe mínima e máxima de tempo queda libre no día para ocio?

3. Segundo a estimación (6.6), hai algún punto de inflexión no tempo de estudo? Representa graficamente o tempo de estudo desde os 0 ata os 18 anos, e tamén para $t \in \mathbf{R}$.

4. A práctica de calquera deporte nas distintas ligas ou ir ao conservatorio (de música ou de danza) requiren dun sobreesforzo. Se estimamos que unha destas actividades require un 10% do tempo diario no ámbito de segundo de bacharelato, canto tempo terías para durmir?

Solución. **(1)** En primeiro lugar observamos que o denominador de $E(t)$ sempre é positivo, xa que é a suma dunha exponencial (que xa é sempre positiva) e o número seis. Isto significa que o dominio é toda a rectal real $\mathbf{R}$, se ben polo sinalado no enunciado restrinximos a análise ao intervalo $[0, 18]$.

Se calculamos a derivada da función $E(t)$ definida en (6.6) temos

$$E'(t) = \frac{160000000e^{-t}}{(400000e^{-t}+6)^2}. \tag{6.7}$$

Posto que $E'(t)$ é sempre positiva, temos que a función $E(t)$ é monótona crecente. Ademais, terá o seu mínimo absoluto no punto $t=0$ e o seu máximo absoluto no punto $t=18$:

$$E(18) = \frac{400}{6+\frac{400000}{e^{18}}} \approx 66{,}599. \tag{6.8}$$

Polo tanto, o máximo tempo de estudo prodúcese xusto aos 18 anos de idade.

(2) Se empregamos os resultados anteriores, a maior porcentaxe de ocio é nos primeiros anos, mentres que o menor tempo de ocio é aos 18 anos, con aproximadamente só 1/3 do tempo libre.

De analizarmos para $t \geq 0$ calculariamos o supremo da función mediante

$$\lim_{t\to+\infty} E(t) = \frac{200}{3} \approx 33\% \text{ do tempo libre,} \tag{6.9}$$

é dicir, pouco máis que o valor no instante $t=18$. Xa que logo, as porcentaxes máxima e mínima de tempo de lecer son 1 (no primeiro ano) e 1/3% aos 18 anos.

(3) Se determinamos os puntos de corte cos eixos, temos por unha banda

$$E(0) = \frac{200}{200003} \approx 0{,}001, \tag{6.10}$$

e ademais, se $E(t)=0$ resultaría

$$\frac{400}{6+400.000\exp(-t)} = 0, \tag{6.11}$$

que non ten solución real. Por outra banda, temos que

$$E(-t) = \frac{400}{6+400.000\exp(t)} \tag{6.12}$$

polo que a función $E(t)$ non é par nin impar. É dicir, non presenta simetrías nin con respecto ao eixo OY nin con respecto á orixe. A función $E(t)$ tampouco presenta periodicidades, é dicir, non existe ningún $T \in \mathbf{R}$ tal que $E(t) = E(t+T)$.

Para determinar a concavidade e a convexidade da función $E(t)$ definida en (6.6) calculamos a derivada segunda

$$E''(t) = -\frac{40000000e^t\,(3e^t-200000)}{(3e^t+200000)^3}. \tag{6.13}$$

Determinamos os puntos de inflexión determinando os valores de t para os cales $E''(t) = 0$, é dicir, posto que $e^t \neq 0$, cando

$$3e^t - 200000 = 0 \Leftrightarrow e^t = \frac{200000}{3}, \tag{6.14}$$

de onde resulta

$$t = \ln\left(\frac{200000}{3}\right) \approx 11{,}11. \tag{6.15}$$

Antes de $t = 11{,}11$ temos que $E''(t) > 0$ polo que a función é convexa como t^2 e despois de $t = 10$ temos que $E''(t) < 0$ polo que $E(t)$ é cóncava como $-t^2$. Con outras palabras, temos un punto de inflexión en sexto de primaria.

Posto que o denominador de $E(t)$ nunca é cero, a función $E(t)$ non ten asíntotas verticais. Ademais, da ecuación (6.9) temos que $y = 200/3$ é unha asíntota horizontal. De xeito semellante, aínda que o tempo debe ser positivo,

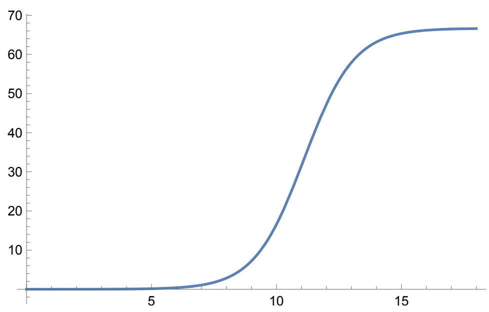
$$\lim_{t\to-\infty} E(t) = 0, \tag{6.16}$$

temos que $y = 0$ tamén é unha asíntota horizontal. Ademais,

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{E(t)}{t} = \lim_{t\to-\infty} \frac{E(t)}{t} = 0, \tag{6.17}$$

de xeito que non presenta asíntotas oblicuas.

Cos cálculos previos, podemos representar a gráfica da función $E(t)$ do seguinte xeito:



(4) Posto que a probabilidade de estar na escola ou estudando é 200/3% (aproximadamente o 66,66%), e xa que unha actividade extra supón outro 10% diario de esforzo, temos ocupado o 76,66% do tempo, quedando un 23,33% para descansar: 5,6 horas diarias, que é claramente insuficiente. □

Tarefa 6.3. Tempo estimado para a resolución: 20'. Mariña compatibiliza os estudos no instituto cos do conservatorio de música, que acaban de abrir. O conservatorio ao que vai Mariña ten planta triangular, e portas nos tres vértices situados nos puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ e $C(0,0,3)$, para acceder ben á cafetería e secretaría do centro, ben ás aulas de linguaxe musical ou ben ás aulas de instrumentos. A casa de Mariña está localizada no punto de coordenadas $P(19,6,9)$, e todas as unidades están en decámetros. A pesar das múltiples protestas, non houbo acordo sobre quen ten que realizar as obras de urbanización e o terreo aínda está «a monte» polo que Mariña pode ir por un descampado desde a súa casa ata o conservatorio.

1. Mariña tivo exame no instituto e rematou tarde o xantar. Quere chegar o antes posíbel ao conservatorio. A que porta debe dirixirse?
2. Que distancia percorrerá?
3. Outro día Mariña decidiu ir desde a súa casa ata a porta C do conservatorio. Os traballos de deseño da cidade seguiron criterios do plan hipodámico de Ildefons Cerdà i Sunyer, cunha estrutura en cuadrícula, aberta e igualitaria. Nese deseño a liña L11 de autobús vai en liña recta desde a parada do conservatorio no punto $D(2,0,0)$ ata a parada no pavillón de deportes $E(17,15,0)$. Cal é a distancia mínima que separa a Mariña da liña L11 de autobús?

Solución. **(1–2)** Calculamos en primeiro lugar as distancias ás portas A, B e C desde a casa de Mariña localizada no punto P:

$$\begin{cases} d(P,A) = d((19,6,9),(1,0,0)) = \sqrt{18^2+6^2+9^2} = \sqrt{441} = 21 \text{ Dm}, \\ d(P,B) = d((19,6,9),(0,2,0)) = \sqrt{19^2+4^2+9^2} = \sqrt{458} \approx 21{,}4009 \text{ Dm}, \\ d(P,C) = d((19,6,9),(0,0,3)) = \sqrt{19^2+6^2+6^2} = \sqrt{433} \approx 20{,}8087 \text{ Dm}. \end{cases} \tag{6.18}$$

En consecuencia, a distancia menor é se vai ata a porta para as aulas de instrumentos. Nese caso, a distancia será de 20,8087 Dm ou equivalentemente de 208,087 metros.

(3) A recta que une a casa de Mariña coa porta $C(0,0,3)$ do conservatorio de música pasa polo punto C e ten por vector director

$$\overrightarrow{PC} = (19,6,6) = \vec{v}_r, \tag{6.19}$$

é dicir, ten ecuación

$$r : \begin{cases} x = 19t, \\ y = 6t, \\ z = 3 + 6t. \end{cases} \tag{6.20}$$

Por outra banda, a liña L11 que une a parada no punto $D(2,0,0)$ coa parada no punto $E(17,15,0)$ ten vector director

$$\overrightarrow{DE} = (15,15,0) = 15(1,1,0), \tag{6.21}$$

de xeito que a ecuación da recta que segue o autobús vén dada por

$$s : \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = t, \\ z = 0. \end{cases} \tag{6.22}$$

Posto que

$$\overrightarrow{CD} = (2,0,-3), \tag{6.23}$$

temos que

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 19 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -51. \tag{6.24}$$

Ademais,

$$\vec{v}_r \times \vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 19 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-6,6,13), \tag{6.25}$$

que ten por módulo

$$|\vec{v}_r \times \vec{v}_s| = |(-6,6,13)| = \sqrt{241}. \tag{6.26}$$

Polo tanto, a distancia mínima entre as rectas r e s, ou equivalentemente, a distancia mínima que separa o camiño de Mariña da liña L11 vén dada por

$$d(r,s) = \frac{51}{\sqrt{241}} \approx 3{,}2852 \text{ Dm}. \tag{6.27}$$

□

Tarefa 6.4. Tempo estimado para a resolución: 30’. O profesorado dunha determinada materia segue un modelo de exame puramente memorístico e o alumnado ten que escribir un tema completo que se sortea escollendo unha bóla dunha urna. Logo dunha división da materia, chegan a que hai 40 posíbeis bólas para sorteo.

1. Unha estudante quere saber cantos deses 40 temas ten que estudar para ter unha probabilidade do 75% de poder responder con éxito.

2. O alumnado decide facer un experimento e repite 20 veces o procedemento inicial de extraer unha bóla dun bombo. Cada vez que extraen unha bóla e anotan o resultado, colocan novamente a bóla no interior do bombo antes de repetir o experimento. Cal é a probabilidade de que saia 15 veces algún dos temas estudados?, e polo menos 5 veces?

3. Logo do resultado anterior, deciden facer o mesmo experimento 100 veces: cada vez que extraen unha bóla dun bombo e anotan o resultado, colocan novamente a bóla no interior do bombo antes de repetir o experimento. Cal sería agora a probabilidade de que saia 75 veces un tema estudado?

4. Despois dunha asemblea, o alumnado suxire que no lugar de extraer unha soa bóla, o profesorado debe sacar dúas bólas e o alumnado responderá a un dos dous temas. O profesor da materia non domina a estatística e solicita axuda á profesora de matemáticas, formulando o problema deste xeito: Se unha estudante domina 30 temas, e deixa o resto sen estudar, cal é a probabilidade de que con este novo sistema saia un dos temas que domina? E se unicamente preparase a metade dos temas?

5. Cando o profesor comunica ao seu alumnado que non acepta a proposta de sacar dúas bólas, o alumnado decide convocar unha folga. Despois de intensas negociacións finalmente o alumnado consegue algo incluso mellor: no lugar de dúas bólas sacarán tres bólas das que terán que escoller só unha delas. Cal é agora a probabilidade de que saia un dos temas que domina se *só* estudou 15 dos 40 temas?

Solución. **(1)** O primeiro apartado é trivial pois o que se pregunta é que valor ten que ter T para que

$$\frac{T}{40} = 0{,}75 \tag{6.28}$$

que resulta ser $T = 30$ temas ten que dominar (dos 40) para ter unha probabilidade do 75% de poder responder con éxito.

(2) Consideremos a variábel

$$N = \text{número de temas que coinciden cos estudados.} \tag{6.29}$$

Temos entón unha distribución binomial con $n = 20$ e $p = 0{,}75$. Calculamos

$$P(N = 15) = \binom{20}{15} 0{,}75^{15}\,(1 - 0{,}75)^5 = \frac{20!}{15!\,5!} 0{,}75^{15}\,0{,}25^5 \approx 0{,}20233. \tag{6.30}$$

Ademais

$$P(N \geq 5) = 1 - (P(N = 0) + P(N = 1) + P(N = 2) + P(N = 3) + P(N = 4)) \tag{6.31}$$

(3) Neste caso a variábel N segue unha distribución binomial con $n = 100$ e a mesma $p = 0{,}75$. Posto que $n \geq 30$, $np = 75 > 5$ e $n(1 - p) = nq = 25 > 5$ podemos aproximar a binomial por unha distribución normal $\tilde{N}$ con

$$\mu = np = 75, \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{18{,}25}. \tag{6.32}$$

Entón,

$$P(N = 75) = \binom{100}{75} 0{,}75^{75}\,(1 - 0{,}75)^{25} = 0{,}091799 \tag{6.33}$$

que tamén podemos calcular empregando a aproximación da binomial pola normal

$$\begin{aligned} P(N = 75) &\approx P\left(\frac{74{,}5 - 75}{4{,}330127} \leq \frac{\tilde{N} - 75}{4{,}330127} < \frac{75{,}5 - 75}{4{,}330127}\right) \\ &= P\left(-0{,}1154701 \leq Z < 0{,}1154701\right) = 1 - 2P(Z > 0,1154701) = 0{,}09192. \end{aligned} \tag{6.34}$$

(4) No cuarto apartado, a estudante domina 30 temas e non estudou 10 temas. Calculamos entón a probabilidade solicitada do suceso A=«domina polo menos un dos dous temas» mediante o complementario, que é A^c=«non estudou ningún dos dous temas»; ten que suceder que na primeira extracción non estudase ese tema, que ten unha probabilidade de $\frac{10}{50}$ e que na segunda extracción, na que só hai 49 bólas das que descoñece 9 tampouco coñeza ese tema:

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{10}{40}\frac{9}{39} = 1 - \frac{3}{52} = \frac{49}{52} \approx 0{,}942. \tag{6.35}$$

Se unicamente preparase 20 temas entón

$$P(A) = 1 - \frac{20}{40}\frac{19}{39} = 0{,}756, \tag{6.36}$$

é dicir unha probabilidade incluso maior que estudando 30 temas cando só facían unha extracción.

Finalmente, agora calculamos

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{25}{40}\frac{24}{39}\frac{23}{38} = 1 - \frac{115}{494} = \frac{379}{494} \approx 0{,}767. \tag{6.37}$$

□

Tarefa extra 6.1. Constrúe un texto sobre o analizado nesta situación de aprendizaxe estruturado en dúas partes: primeira, o argumento que sostén a túa opinión, e segunda, a exposición da túa proposta. O tema pode ser a necesidade do descanso, a importancia de que o profesorado se coordine, ou a presión que existe en segundo de bacharelato no alumnado (e tamén no profesorado).

Tarefa extra 6.2. Elabora un comentario crítico sobre a importancia (ou non) dos boletíns de Matemáticas entregados polo/a profesor/a, valorando a utilidade dos exercicios moi repetitivos.

Tarefa extra 6.3. Ao comezo de curso, logo dunha reunión de coordinación, o profesorado estima que a suma das horas diarias de estudo das materias Historia de España, Lingua Castelá e Literatura, Física e Matemáticas debera ser de catro horas. Despois dos primeiros exames, xa que houbo resultados mellores e peores, a profesora de Lingua Castelá e Literatura explícalle ao seu alumnado que deben dobrar os esforzos. Na reunión de coordinación son conscientes de que subiron a carga diaria a 5 horas. Posteriormente os resultados de Física e Matemáticas foron moi frouxos, polo que ambas docentes insisten na necesidade de dobrar esforzos nestas dúas materias, se ben son conscientes de que xa están en 6 horas diarias de estudo. Despois de varias protestas do alumnado, a profesora de Lingua Castelá e Literatura acepta reducir ao tempo inicial diario, quedando novamente 5 horas diarias de estudo en conxunto.

1. É posíbel determinar o tempo inicialmente pensado de estudo para cada unha das catro materias?
2. Se engadimos que os tempos para Física e Matemáticas son iguais, que poderías deducir?
3. Se unha persoa necesita oito horas diarias de sono, e supoñendo que ten unha media de 28 horas semanais de permanencia no centro, canto tempo de lecer tería se só estudase esas catro materias?

Solución. Formulamos o sistema de ecuacións

$$\begin{cases} x+y+z+t=4, \\ x+2y+z+t=5, \\ x+2y+2z+2t=6, \\ x+y+2z+2t=5. \end{cases} \tag{6.38}$$

Sexan

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}. \tag{6.39}$$

Se resolvemos o sistema resulta

$$x=2, \quad y=1, \quad z=1-t, \tag{6.40}$$

é dicir, o sistema é compatíbel indeterminado e non hai solución única.

Se agora empregamos a condición $z = t$, da última ecuación resulta que

$$z = 1 - z \tag{6.41}$$

polo que

$$z = t = \frac{1}{2}, \tag{6.42}$$

e entón o sistema si que sería compatíbel determinado. Das 168 horas da semana, restando as de sono, quedan 112 horas. Se restamos as horas de asistencia a clase, quedarían 84 horas. Se estudan 6 horas diarias, os sete días da semana, temos 42 horas de estudo. Deste xeito quedarían outras 42 horas de estudo para lecer, se só houbese esas catro materias. □

Tarefa extra 6.4. O profesor dunha determinada materia está canso de ler solucións disparatadas e decide facer un exame tipo test que elabora con intelixencia artifical para traballar aínda menos. Deseña unha proba de 5 cuestións, e cada unha delas ten dúas posíbeis respostas (a ou b), das que só unha delas é correcta. Por cada pregunta acertada a ou o alumno suma dous puntos, ata o máximo de 10 puntos. Un compañeiro non preparou nada da materia e decide contestar todas as preguntas ao chou, a ver que pasa.

1. Determina o conxunto de posíbeis cualificacións que pode obter este compañeiro e a probabilidade de cada unha delas.
2. Que cualificación cabe esperar?

Nun seguinte exame o profesor decide que hai que penalizar as preguntas que están mal contestadas para contabilizar o azar. Neste novo exame, tamén tipo test de 5 preguntas con dúas opcións das que só unha é correcta, por cada pregunta mal respondida ou en branco a penalización é dun punto, ao tempo que nun acto de bondade infinita o profesor sinala que non pode haber cualificacións negativas.

3. Determina o conxunto de posíbeis cualificacións que pode obter o compañeiro e a probabilidade de cada unha delas.
4. Que cualificación cabe esperar?

Solución. **(1)** Definamos a variábel aleatoria

$$X = \text{Nota da proba tipo test}, \tag{6.43}$$

Posto que X toma un número finito de valores é unha variábel aleatoria discreta. Consideramos outra variábel aleatoria definida por

$$N = \text{Número de preguntas acertadas no test} \sim B(n = 5; p = 1/2) \qquad (6.44)$$

dado que as respostas son independentes e todas teñen a mesma probabilidade de ser respondidas. Nestas condicións a función masa de probabilidade vén dada por:

	X	Probabilidade
Non acerta ningunha	0	$P(X = 0) = P(N = 0) = \binom{5}{0} 0{,}5^0 (1 - 0{,}5)^5 = 0{,}03125$
Acerta só unha	2	$P(X = 2) = P(N = 1) = \binom{5}{1} 0{,}5^1 (1 - 0{,}5)^4 = 0{,}15625$
Acerta só dúas	4	$P(X = 4) = P(N = 2) = \binom{5}{2} 0{,}5^2 (1 - 0{,}5)^3 = 0{,}31250$
Acerta só tres	6	$P(X = 6) = P(N = 3) = \binom{5}{3} 0{,}5^3 (1 - 0{,}5)^3 = 0{,}31250$
Acerta só catro	8	$P(X = 8) = P(N = 4) = \binom{5}{4} 0{,}5^4 (1 - 0{,}5)^1 = 0{,}15625$
Acerta as cinco	10	$P(X = 10) = P(N = 5) = \binom{5}{5} 0{,}5^5 (1 - 0{,}5)^0 = 0{,}03125$

(2) A cualificación esperada, é dicir a esperanza da variábel aleatoria, é de cinco puntos xa que é unha variábel simétrica con respecto ao seu eixo de simetría. Podemos comprobalo:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k_i=0}^{5} k_i P(X = k_i) \\ &= 0 \cdot 0{,}03125 + 2 \cdot 0{,}15625 + 4 \cdot 0{,}31250 + 6 \cdot 0{,}31250 + 8 \cdot 0{,}15625 + 10 \cdot 0{,}03125 = 5. \end{aligned} \qquad (6.45)$$

(3) Definamos, coma no apartado anterior, as variábeis aleatorias

$$X = \text{Nota da proba tipo test}, \qquad (6.46)$$

$$N = \text{Número de preguntas acertadas no test} \sim B(n = 5; p = 0.5). \qquad (6.47)$$

Supoñamos que a cualificación non pode ser inferior a 0 puntos, é dicir, se a nota numérica é menor que 0, asígnaselle o valor 0. A función masa de probabilidade da variábel X é a seguinte:

X	Nota numérica	Probabilidade
0	-5: 0Ben5Mal/branco	$P(X=0)=P(N=0)=\binom{5}{0}0{,}5^0(1-0{,}5)^5=0{,}03125$
	-1: 1Ben4Mal/branco	$P(X=0)=P(N=1)=\binom{5}{1}0{,}5^1(1-0{,}5)^4=0{,}15625$
1	+1: 2Ben3Mal/branco	$P(X=1)=P(N=2)=\binom{5}{2}0{,}5^2(1-0{,}5)^3=0{,}31250$
4	+4: 3Ben2Mal/branco	$P(X=4)=P(N=3)=\binom{5}{3}0{,}5^3(1-0{,}5)^3=0{,}31250$
7	+7: 4Ben1Mal/branco	$P(X=7)=P(N=4)=\binom{5}{4}0{,}5^4(1-0{,}5)^1=0{,}15625$
10	10: 5Ben0Mal/branco	$P(X=10)=P(N=5)=\binom{5}{5}0{,}5^5(1-0{,}5)^0=0{,}03125$

(4) Neste caso valor esperado é:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^{5} k_i P(X=k_i) \\ &= 0\cdot(0{,}03125+0{,}15625)+1\cdot 0{,}31250+4\cdot 0{,}31250+7\cdot 0{,}15625+10\cdot 0{,}03125 \\ &= 2{,}96875. \end{aligned} \tag{6.48}$$

□

Análise do decálogo de dimensións de competencialidade e avaliación das competencias.

Tal e como sinalamos no proemio, o cambio no modelo vai moito máis alá de contextualizar os enunciados, pois ademais de situar as cuestións en contornas próximas ao alumnado o importante é avaliar criterios e competencias, non os contidos.

Ademais de presentar varias situacións de aprendizaxe, a nosa idea é analizar a súa competencialidade e a súa relación co currículo de segundo de bacharelato para o cal desenvolvemos cun alto grao de detalle a avaliación da primeira das situacións de aprendizaxe, que entendemos pode ser de referencia para facer o mesmo estudo no resto das situacións propostas. Só fixemos esta análise para a primeira das situacións de aprendizaxe (*Influencers*) que consideramos moi detallada, e nas outras, como a presente, pode reformularse *mutatis mutandis*.