

The background of the entire page is a detailed, vintage-style map of London, showing streets, parks, and landmarks. Overlaid on the map are several travel-related items: a round compass in the upper right, a blue mug with the text 'Coffee' on the right side, a black camera with a braided strap in the lower center, and wooden blocks spelling 'TRAVEL' in the lower right. A red passport with a crown logo is also visible in the bottom right corner.

Taxas turísticas

Situación de aprendizaxe 4. Despois dun amplo debate con moitos sectores, tres concellos do país comezaron a cobrar a denominada taxa turística para axudar a compensar os gastos que xeran as persoas que visitan as súas cidades. A recadación desta taxa faise a través da **ATRIGA**, a Axencia Tributaria de Galiza. Ademais, os centros hostaleiros teñen que informar de determinados datos, como poden ser a procedencia das persoas que se aloxan neles. Baixo estas premisas presentamos a primeira situación de aprendizaxe que esperamos sirva para facer reflexionar e comprender a necesidade de termos un turismo sustentábel e respectuoso. Como reto final debe evidenciarse un produto final: construción dun texto que se sirva da resolución das distintas tarefas e empregue os estímulos presentados para facer unha proposta de taxa turística.

Imaxe de fondo obtida de <https://www.freepik.com>

Estímulo 4.1: Entendendo a taxa turística.

Nos últimos anos, a chamada «taxa turística» converteuse en algo habitual en moitos destinos turísticos, tanto en España como no estranxeiro. En Galicia, a insistencia do concello de Santiago de Compostela abriu a porta a que no ano 2025 comece o cobro da dita taxa, ao abeiro dunha nova normativa elaborada pola Xunta de Galicia para todos aqueles concellos galegos que queiran aplicala.

Este imposto busca equilibrar os beneficios que trae o turismo cunha xestión sostible dos impactos negativos e os custos que xera. Xa que logo, aplícase a visitantes que se aloxan en establecementos turísticos: hoteis, apartamentos turísticos, albergues, cámpings ou calquera outro tipo de aloxamento regulado. O importe cobrado adoita variar en función de factores como o tipo de establecemento, a categoría do aloxamento e a duración da estadía. Asemade, a taxa pode ser un importe fixo por noite ou unha porcentaxe sobre o custo da estadía.

O obxectivo principal deste imposto é que as/os turistas contribúan ao mantemento e mellora das infraestruturas e servizos dos municipios que visitan, compensando o impacto que a súa presenza ten sobre o territorio.

En destinos que experimentan unha forte presión turística, a taxa serve como mecanismo de financiamento para paliar problemas asociados ao turismo masivo, como a sobrecarga das infraestruturas, a xestión de residuos ou o deterioro do patrimonio cultural. Estes concellos deben facer fronte a gastos adicionais, pero os seus ingresos non son maiores, porque o sistema de ingresos municipal non inclúe ningunha fonte de ingresos que se vencelle de xeito directo co aumento de visitantes, coa excepción , pouco relevante en termos financeiros, da taxa pola instalación de terrazas nos locais de hostalería e a taxa por xestión de residuos que se vencella ao consumo de auga. Entre eses custos extra sinalados, salientan o mantemento de espazos públicos, a conservación do patrimonio histórico, o reforzo de servizos de limpeza, a seguridade e o transporte.

Complementariamente, a taxa tamén pode buscar limitar o turismo de baixo custo que non sempre xera beneficios suficientes para compensar o impacto ambiental e social que provoca. Porén, na meirande parte dos casos a taxa é tan pequena, entre 1 e 2 euros ao día, que non serve moito para desanimar realmente as visitas de turistas. Para iso habería que facer como o reino de Bután, situado na cordilleira do Himalaia, que cobra unha taxa turística de **100 dólares ao día por persoa**.

A taxa turística é especialmente importante nos concellos que máis sofren o impacto das chegadas masivas de turistas, sobre todo en tempada alta. As infraestruturas, deseñadas para atender ás necesidades da poboación local, vense saturadas e teñen que facer fronte a un uso excesivo, o que xera un desgaste acelerado e incrementa a necesidade de mantemento.

A recadación da taxa permite axudar a financiar estas actuacións e, en moitos casos, promover proxectos de mellora urbana, como a renovación de espazos públicos ou a creación de novos servizos orientados tanto a visitantes como a residentes. Ademais, moitos municipios apostan por destinar parte dos fondos recadados a proxectos que melloren a oferta cultural, ambiental ou de lecer do destino.

En España, varios municipios e comunidades autónomas aplican a taxa turística. Cataluña foi pioneira coa súa introdución en 2012, e desde entón Barcelona converteuse nun dos exemplos máis salientábeis. As Illas Baleares tamén aplican unha taxa turística, que varía en función da tempada alta ou baixa e do tipo de aloxamento. Outras comunidades, como a Comunidade Valenciana ou Andalucía, están avaliando a posibilidade de implantala en certos destinos, xa que consideran que pode ser un xeito eficiente de xestionar o turismo en lugares ateigados no verán, como son Benidorm e Marbella.

A taxa turística tamén está implantada en moitos destinos europeos. A cidade de Venecia é un dos máis coñecidos, cunha taxa que pode acadar os 10 euros diarios, na procura de desincentivar o turismo de masas que afecta gravemente a súa infraestruturas e patrimonio. Francia e Alemaña tamén aplican taxas turísticas en cidades como París, Berlín e Múnic, que se destinan ao financiamento de proxectos culturais e á conservación do patrimonio histórico. Fóra de Europa, cidades como Nova York e San Francisco tamén contan con taxas que se integran no prezo dos aloxamentos. Ademais, destinos insulares como as Maldivas ou as Seychelles utilizan estas taxas para protexer os seus fráxiles ecosistemas naturais.

Aínda que as taxas turísticas adoitan xerar intensos debates públicos, as investigacións que se teñen feito mostran, en xeral, que unha taxa ben deseñada non afecta significativamente á demanda turística, especialmente se os importes son moderados e están en liña co nivel de gasto das persoas que se desprazan. Por exemplo, en Barcelona e as Illas Baleares, a introdución da taxa non causou un descenso no número de visitantes, o que suxire que as/os turistas aceptan este custo adicional sempre que se vexa compensado pola calidade do destino. Por outro lado, os estudos tamén mostran que a taxa turística pode ser unha ferramenta eficaz para promover un turismo máis sostíbel. Destinos que aplican taxas máis elevadas, como Venecia ou Ámsterdam, lograron limitar a chegada de turistas de baixo custo, reducindo así os problemas de masificación. Este efecto é especialmente importante en destinos con recursos naturais ou patrimoniais fráxiles, onde a saturación pode ter consecuencias irreversibles.

No que atinxe á utilización dos fondos recadados, os municipios que destinan parte das recadacións á mellora das infraestruturas turísticas e ao benestar da poboación local conseguen unha maior aceptación social desta medida. Ademais, o investimento en proxectos culturais e ambientais con estes fondos contribúe a mellorar a imaxe do destino internacionalmente, atraendo visitantes de maior poder adquisitivo e aumentando os ingresos totais derivados do turismo. En conclusión, a taxa turística é unha medida fiscal que, ben aplicada, pode axudar aos municipios turísticos a xestionar mellor os impactos do turismo e garantir a sostibilidade a longo prazo. As experiencias en España e novo ámbito internacional mostran que, ademais de xerar ingresos, pode ter efectos positivos sobre a calidade do turismo e a protección do patrimonio. A clave do seu éxito reside en atopar un equilibrio entre os importes da taxa e os investimentos que se realizan co diñeiro recadado, sempre co obxectivo de mellorar o benestar tanto de residentes como de visitantes.

Texto de **Santiago Lago-Peñas**, Catedrático de Economía Aplicada na [Universidade de Santiago de Compostela](#).

Estímulo 4.2: Viñeta de Xosé Lois González Vázquez, “o Carrabouxo”, publicada no xornal *La Región*



<https://carrabouxo.es/2024/07/05/carra3-7-24/>

Estímulo 4.3: Viñeta de Luís Davila Malvido, “o Bichero”, publicada no xornal *Faro de Vigo*



<https://www.facebook.com/photo.php?fbid=786732619480571>

Tarefa 4.1. Tempo estimado para a resolución: 20'. No primeiro mes de posta en marcha desta medida, a **ATRIGA** só ingresou 6.000 euros polas 1.000 pernoctacións declaradas na cidade da Coruña, 2.000 na de Santiago de Compostela, e 1.000 na de Pontevedra, a pesar do que podes ver nos estímulos 4.1 e 4.2. Logo dunha primeira campaña informativa, que custou 1.000 euros a cada concello, no sector hoteleiro e nas vivendas de alugueiro turístico, no segundo mes a recadación chegou aos 36.000 euros, por 5.000, 20.000 e 3.000 pernoctacións declaradas, respectivamente. Os valores eran aínda moi baixos pois anualmente víñanse declarando máis dun millón e medio de pernoctacións en Santiago de Compostela, polo que os tres concellos decidiron facer unha segunda campaña máis agresiva cun orzamento total de 36.000 euros, froito dos ingresos do mes anterior. Xa no terceiro mes, a ATRIGA recadou 174.000 euros, froito das 25.000 pernoctacións na Coruña, 100.000 en Santiago de Compostela e 12.000 en Pontevedra.

1. Un amigo estranxeiro que coñeciches quere facer unha visita a esas tres cidades e quere saber cal é o prezo da taxa turística en cada un dos tres citados concellos. Debes escribir un correo electrónico para o teu amigo informando dos prezos.
2. Logo deses tres primeiros meses deciden repartir os beneficios de xeito proporcional ao valor da taxa turística que aplica cada concello. Canto ingresa cada concello?
3. Consideras que este xeito de reparto é xusto ou proporías un xeito diferente? Xustifica a túa resposta elaborando un texto estruturado en dúas partes: primeira, o argumento que sostén a súa opinión, e segunda, a exposición da súa proposta.

Solución. Formulamos o sistema de ecuacións

$$\begin{cases} 1.000T_C + 2.000T_S + 1.000T_P = 6.000, \\ 5.000T_C + 20.000T_S + 3.000T_P = 36.000, \\ 25.000T_C + 100.000T_S + 12.000T_P = 174.000, \end{cases} \quad (4.1)$$

onde T_S denota o valor da taxa turística por pernoctación en Santiago de Compostela, T_C

na Coruña e T_P en Pontevedra. Sexan

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 2.000 & 1.000 \\ 5.000 & 20.000 & 3.000 \\ 25.000 & 100.000 & 12.000 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} T_C \\ T_S \\ T_P \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6.000 \\ 36.000 \\ 174.000 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Se resolvemos o sistema $AX = B$ obtemos

$$T_C = 2, \quad T_P = 2, \quad T_S = 1. \quad (4.3)$$

Os beneficios totais son

$$174.000 + 36.000 + 6.000 - 3.000 - 36.000 = 177.000\text{€}. \quad (4.4)$$

Posto que temos que repartiilos de xeito proporcional á taxa que aplica cada concello, entón os beneficios de Santiago de Compostela serán de 35.400€, mentres que os beneficios da Coruña e Pontevedra serán de 70.800€ en cada caso.

O sistema de reparto non semella xusto porque Santiago de Compostela rexistrou 122.000 pernoctacións neses tres meses, mentres que Pontevedra rexistrou 16.000 pernoctacións e A Coruña 31.000. É dicir, a suma de Pontevedra e A Coruña é de 47.000 pernoctacións fronte ás 122.000 de Santiago de Compostela e, porén, teñen máis ingresos. O problema vén derivado de que Santiago de Compostela aplica unha taxa inferior á das outras dúas cidades galegas. Unha solución máis xusta é repartir en función dos ingresos que xera na ATRIGA cada un dos concellos, pois é posíbel determinar a localización de cada establecemento que ingresa.

□

Tarefa 4.2. Tempo estimado para a resolución: 50'. É frecuente escoitar nos medios de comunicación que unha determinada realidade segue un crecemento *exponencial*. Supoñamos que a túa cidade ten unha capacidade de 3.000 prazas de hotel. No ano cero houbo 100 turistas, e no primeiro ano houbo 257 turistas.

1. Supoñamos en primeiro lugar que o número de turistas $N(t)$ que chega á túa cidade segue un crecemento exponencial

$$N(t) = a \exp(bt), \quad (4.5)$$

onde a e b son parámetros. Cantos turistas habería no segundo ano? E no quinto ano? Como consideras que afectaría á vida das persoas no caso ser certo este modelo?

2. Consideremos agora estotra función

$$\tilde{N}(t) = \frac{3.000}{1 + 29 \exp(-t)}, \tag{4.6}$$

onde $\exp(-t) = e^{-t}$. Representa graficamente a función. Cal é o valor en $t = 0$? Que sucede cando $t \rightarrow \infty$?

3. Cal das dúas funcións N ou \tilde{N} consideras que é máis próxima á realidade? Xustifica a túa resposta.

4. Determina o promedio de turistas que recibirá a túa cidade entre o ano $t = 0$ e o ano $t = 5$ calculando

$$\frac{1}{5} \int_0^5 \tilde{N}(t) dt. \tag{4.7}$$

Sabendo que o promedio de turistas entre $t = 0$ e $t = 1$ é de 167 turistas cal sería o promedio entre o ano $t = 1$ e o ano $t = 5$?

5. Calcula a recta tanxente á función $\tilde{N}(t)$ no punto $t = 5/2$, e integra este valor entre $t = 1$ e $t = 5$. Compara o resultado obtido co do apartado anterior.

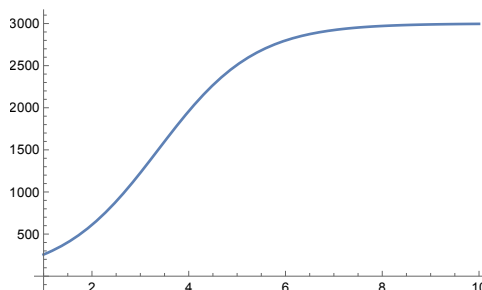
6. Utiliza [Geogebra](#), [Sage](#) ou [Maxima](#) para representar nun mesmo gráfico a función $\tilde{N}(t)$ mais a súa recta tanxente no punto $t_0 = 5/2$. Tenta explicar se a aproximación do apartado anterior pode ser acaída ou non. Que sucedería se no lugar de aproximar desde $t = 1$ tentásemos aproximar desde $t = 0$?

Solución. **(1)** No primeiro caso temos que $N(0) = 100$ polo que $a = 100$. Ademais, posto que $N(1) = 257$ resulta que $b = \ln(257/100)$. Entón, temos que

$$N(2) = 660, \quad N(5) = 11.211 \tag{4.8}$$

que é moi superior ao número de prazas hostaleiras.

(2) No segundo caso temos que $\tilde{N}(0) = 100$. Ademais, a gráfica da función é



Neste caso, a medida que o tempo aumenta, o número de persoas que vén de visita non chega a superar o número de prazas dispoñíbeis.

(3) Á vista dos resultados semella máis próxima á realidade a función $\tilde{N}(t)$.

(4) Se calculamos a integral indefinida (que é inmediata),

$$\int \frac{3.000}{1 + 29 \exp(-t)} dt = 3.000 \ln(29 + \exp(t)) \quad (4.9)$$

de xeito que

$$\begin{aligned} \int_{t=0}^{t=5} \frac{3.000}{1 + 29 \exp(-t)} dt &= 3.000 \ln(29 + \exp(t)) \Big|_{t=0}^{t=5} \\ &= 3.000 (\ln(29 + \exp(5)) - \ln(30)) \approx 5.331,85. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Xa que logo, o promedio pedido é

$$\frac{1}{5} \int_{t=0}^{t=5} \frac{3.000}{1 + 29 \exp(-t)} dt = 1006,37 \text{ turistas.} \quad (4.11)$$

Para o cálculo no período entre $t = 1$ e $t = 5$ temos que calcular

$$\frac{1}{4} \int_1^5 \tilde{N}(t) dt. \quad (4.12)$$

Empregando a propiedade aditiva da integral,

$$\frac{1}{4} \int_1^5 \tilde{N}(t) dt = \frac{1}{4} \int_0^5 \tilde{N}(t) dt - \frac{1}{4} \int_0^1 \tilde{N}(t) dt. \quad (4.13)$$

Dos datos formulados e empregando os cálculos anteriores,

$$\frac{1}{4} \int_1^5 \tilde{N}(t) dt = \frac{1}{4} 5331,85 + \frac{1}{4} 167 \approx 1374,7 \text{ turistas.} \quad (4.14)$$

(5) A ecuación da recta tanxente vén dada por

$$y = N\left(\frac{5}{2}\right) + N'\left(\frac{5}{2}\right) \left(t - \frac{5}{2}\right). \quad (4.15)$$

Posto que

$$N\left(\frac{5}{2}\right) = 887,452, \quad N'(t) = \frac{87.000 e^{-t}}{(29e^{-t} + 1)^2}, \quad N'\left(\frac{5}{2}\right) = 624,928, \quad (4.16)$$

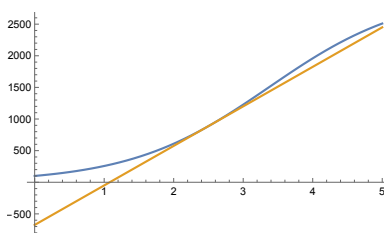
resulta que a ecuación da recta tanxente no punto solicitado é

$$r(t) = 887,452 + 624,928 \left(t - \frac{5}{2}\right). \quad (4.17)$$

Se integramos, obtemos

$$\begin{aligned} \int_{t=1}^{t=5} r(t) dt &= \int_{t=1}^{t=5} 887,452 + 624,928 \left(t - \frac{5}{2} \right) dt \\ &= 312,464t^2 - 674,868t \Big|_{t=1}^{t=5} \approx 4799,66. \quad (4.18) \end{aligned}$$

(6) A representación gráfica da función $\tilde{N}(t)$ é



Desde o tempo $t = 1$ ata o tempo $t = 5$ a aproximación é bastante boa, pero a medida que o tempo decrece a aproximación é cada vez peor e, de feito, para tempos menores que 1 os valores da recta tanxente son negativos, que non ten sentido pois o número de turistas sempre ten que ser unha cantidade positiva.

□

Tarefa 4.3. Tempo estimado para a resolución: 20'. Debido ao gran número de turistas que chegan a moitas cidades, comezan a popularizarse os denominados hoteis cápsula, nos que as persoas só dispoñen dun minúsculo espazo para durmir. Este tipo de «solucións» son moi frecuentes no Xapón.



Unha familia empresaria do centro de Santiago de Compostela decide pechar un supermercado que daba servizo de comercio local nun barrio, para transformalo nun albergue deste tipo. Desafortunadamente, ao non ser algo moi habitual, a empresa que tiña encomendado facer as liteiras non entendeu ben o concepto e no lugar de ter disposición con elementos paralelos e perpendiculares, cada liteira abría nunha determinada dirección e sentido. O [concello de Santiago de Compostela](#) decide aplicar unha taxa turística dun euro por persoa e noite. Desde o punto de vista xeométrico os planos sobre os que se sitúan as liteiras veñen dados polas seguintes ecuacións, expresadas en metros:

$$\pi_1 : z = 1, \quad \pi_2 : z = 2, \quad \pi_3 : x + y = 1, \quad \pi_4 : x + z = 3. \quad (4.19)$$

Dividindo o traballo en grupos:

1. Estuda a posición relativa dos seguintes pares de planos (π_1, π_2) , (π_1, π_3) e (π_1, π_4) .
2. No caso de ser paralelos, determina a distancia entre eles e explica se consideras acaído o resultado.
3. No caso de ser secantes, determina o ángulo da intersección, e explica se consideras acaído o resultado.

Solución. O par de planos (π_1, π_2) son paralelos e están a unha distancia de $2-1=1$ metros en altura. Non semella moi boa idea pois significaría que as liteiras están pouco separadas en altura unha da outra. En calquera caso, si que respectan o sinalado no enunciado de ter disposicións paralelas (e perpendiculares). Pódese sinalar que $\vec{n}_1 = (0, 0, 1)$ e $\vec{n}_2 = (0, 0, 1)$ antes de afirmar que os planos son paralelos.

O par de planos (π_1, π_3) son perpendiculares xa que $\vec{n}_1 = (0, 0, 1)$ e $\vec{n}_3 = (1, 1, 0)$ de xeito que se calculamos o produto escalar $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_3 = 0$, é dicir, son perpendiculares. Xa que logo o ángulo que forman estes dous planos é de noventa graos ou $\pi/2$ radiáns. O resultado semella lóxico pois no enunciado di que se buscan disposicións (paralelas e) perpendiculares.

Finalmente, polo que respecta ao par de planos (π_1, π_4) , temos que $\vec{n}_1 = (0, 0, 1)$ e $\vec{n}_4 = (1, 0, 1)$, polo que non son nin paralelos nin perpendiculares. Calculamos o ángulo

entre estes dous planos mediante

$$\cos \angle(\pi_1, \pi_4) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{1\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad (4.20)$$

de xeito que

$$\angle(\pi_1, \pi_4) = \frac{\pi}{4}. \quad (4.21)$$

□

Tarefa 4.4. Tempo estimado para a resolución: 20'. Unha cadea hostaleira quere abrir un hotel de luxo, e por datos do [Instituto Galego de Estatística](#), sabe que o gasto mínimo diario dos seus clientes é de 90€. No modelo de negocio determina que para que sexa viábel o hotel de luxo, a porcentaxe de clientes cun gasto mínimo de 90€ debe ser do 10%. Se o gasto medio diario dos turistas que pernoctan en Galiza segue unha distribución normal de media 74.24€ e desviación típica 10€,

1. que porcentaxe de turistas poderían ser clientes deste hotel de luxo?
2. será viábel o hotel?
3. Se a cadea pode eliminar servizos do hotel, que gasto mínimo diario tería ese 10%?

Solución. Sexa $X \sim N(\mu = 74.24; \sigma = 10)$ e empreguemos a notación habitual $Z \sim N(0; 1)$. Entón,

$$P(X > 90) = P\left(\frac{X - 74.24}{10} > \frac{90 - 74.24}{10}\right) = P(Z > 1.576) \approx 0.0575. \quad (4.22)$$

Xa que logo o proxecto non é viábel dado que a porcentaxe sería de aproximadamente o 5,75%, non chegando ao 10%.

O gasto diario mínimo é o valor z que verifica

$$P(X > z) = 0.90. \quad (4.23)$$

Dado que o cuantil 0,9 dunha $N(0;1)$ é 1,281552, temos que

$$P(X > z) = P\left(\frac{X - 74.24}{10} > \frac{z - 74.24}{10}\right) = 0.90. \quad (4.24)$$

Polo tanto

$$\frac{z - 74.24}{10} = 1.281552, \quad (4.25)$$

de onde

$$z = 74,24 + 10 \times 1,281552 = 87,05552. \quad (4.26)$$

□

Tarefa extra 4.1. Constrúe un texto sobre as taxas turísticas estruturado en dúas partes: primeira, o argumento que sostén a túa opinión, e segunda, a exposición da túa proposta.

Tarefa extra 4.2. Logo dun tempo, os concellos non están conformes co xeito de recadar as taxas e unha serie de diferenzas importantes deriva en que para o ano seguinte cada un deles fará a recadación directamente. O [concello de Santiago de Compostela](#) decide gravar con distintas taxas as pernoctacións, dependendo do tipo de establecemento hostaleiro, tal e como fan noutras cidades no ámbito europeo. Analizan os datos de varios meses e fan unha serie de simulacións, recollendo o número de pernoctacións en función da categoría do hotel (dúas estrelas ou menos, tres estrelas, catro estrelas ou máis) e os ingresos totais que recadarían:

Mes	≤ 2 estrelas	3 estrelas	≥ 4 estrelas	Ingresos totais
Xullo	500	1.000	500	4.250 €
Agosto	8.000	8.000	4.000	38.000 €
Setembro	25.000	60.000	m	197.500 €

Non sabían canto ingresaron polos hoteis de catro estrelas ou máis, e denotaron esa cantidade por m .

1. Estuda para que valores do parámetro m podes calcular a solución (podes empregar algún software como [Geogebra](#), [Sage](#) ou [Maxima](#)).
2. Cando sexa posíbel, calcula os valores das recadacións por tipo de hotel, expresando o resultado en función do parámetro m .
3. Determina para que rango de valores de m os hoteis de tres estrelas teñen taxa positiva.
4. Estuda para que valor de m o valor da taxa turística para hoteis de tres estrelas é máximo (novamente podes empregar algún software como [Geogebra](#), [Sage](#) ou [Maxima](#)). Para ese valor de m , indica os valores das taxas turísticas para cada un dos tres tipos de hoteis.

Solución. Sexan

$$A = \begin{pmatrix} 500 & 1.000 & 500 \\ 8.000 & 8.000 & 4.000 \\ 25.000 & 60.000 & m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4.250 \\ 38.000 \\ 197.500 \end{pmatrix}. \quad (4.27)$$

Se resolvemos o sistema $AX = B$ obtemos, sempre que $m \neq 30.000$,

$$x = 1, \quad y = \frac{15m - 345.000}{4m - 120.000}, \quad z = \frac{210.000}{120.000 - 4m}. \quad (4.28)$$

Porén, se $m = 30.000$, entón o sistema resulta incompatíbel.

Posto que o valor da taxa dos hoteis de tres estrelas é

$$y = \frac{15(m - 23.000)}{4(m - 30.000)} \quad (4.29)$$

temos que m pode valer como moito 23.000 para termos valores positivos da taxa turística.

Finalmente, se calculamos a derivada con respecto a m do valor de y resulta

$$y'(m) = -\frac{26.250}{(m - 30.000)^2} \quad (4.30)$$

que resulta ser unha función sempre negativa. En consecuencia, $y(m)$ é unha función estritamente decrecente que atinxe o seu máximo valor para $m = 0$.

Se $m = 0$ entón temos

$$x = 1\text{€}, \quad y = \frac{23}{8}\text{€}, \quad z = \frac{7}{4}\text{€}. \quad (4.31)$$

□

Tarefa extra 4.3. Logo dun tempo, os concellos non están conformes co xeito de recadar as taxas e unha serie de diferenzas importantes deriva en que para o ano seguinte cada un deles fará a recadación directamente. O [concello de Santiago de Compostela](#) decide gravar con distintas taxas as pernoctacións, dependendo do tipo de establecemento hostaleiro, tal e como fan noutras cidades no ámbito europeo. Analizan os datos de varios meses e fan unha serie de simulacións, recollendo o número de pernoctacións en función da categoría do hotel (dúas estrelas ou menos, tres estrelas, catro estrelas ou máis) e os ingresos totais que recadarían:

Mes	≤ 2 estrelas	3 estrelas	≥ 4 estrelas	Ingresos totais
Xullo	500	1.000	500	4.250 €
Agosto	8.000	8.000	4.000	38.000 €
Setembro	25.000	60.000	15.000	197.500 €

Determina en canto fixou o concello de Santiago a taxa para cada unha das tres categorías.

Solución. Formulamos o sistema de ecuacións lineares

$$\begin{cases} 500x + 1000y + 500z = 4.250, \\ 8.000x + 8.000y + 4.000z = 38.000, \\ 25.000x + 60.000y + 15.000z = 197.500. \end{cases} \quad (4.32)$$

Equivalentemente

$$AX = B, \quad A = \begin{pmatrix} 500 & 1.000 & 500 \\ 8.000 & 8.000 & 4.000 \\ 25.000 & 60.000 & 15.000 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4.250 \\ 38.000 \\ 197.500 \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

que ten por solución $x = 1$, $y = 2$, $z = 3.5$ €, respectivamente. \square

Tarefa extra 4.4. A análise dos ingresos (en millóns de euros) que deixa o turismo pode ser aproximado pola seguinte función que depende do tempo t medido en anos desde o ano 2020, é dicir cando $t = 0$ entón $I(t)$ dá o valor dos ingresos por turismo do ano 2020:

$$I(t) = 10 + \frac{t - 2\sqrt{2}}{\sqrt{t^2 + 4}}. \quad (4.34)$$

1. Canto foron os ingresos no ano 2020? Canto foron os ingresos no ano 2023?
2. Estuda se a función dos ingresos ten algunha monotonía.
3. Houbo algún cambio na inflexión dos ingresos?
4. Existe un valor máximo de ingresos a medida que o tempo avanza?
5. Representa graficamente os ingresos por turismo no ano 2020.
6. Comproba os resultados empregando algún software como [Geogebra](#), [Sage](#) ou [Maxima](#).

Solución. Temos que

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} I(t) = 10 - \sqrt{2}. \quad (4.35)$$

Ademais,

$$I'(t) = \frac{2(\sqrt{2}t + 2)}{(t^2 + 4)^{3/2}}. \quad (4.36)$$

Xa que logo, se analizamos o signo da derivada observamos que ten un cambio de signo no instante $t = -\sqrt{2}$ que está fóra do dominio que se analiza. Ademais, en calquera punto observamos que $I'(t) > 0$ polo que $I(t)$ é unha función monótona crecente.

Por outra banda

$$I''(t) = \frac{8\sqrt{2} - 4t(\sqrt{2}t + 3)}{(t^2 + 4)^{5/2}} \quad (4.37)$$

que se anula no punto

$$t = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (4.38)$$

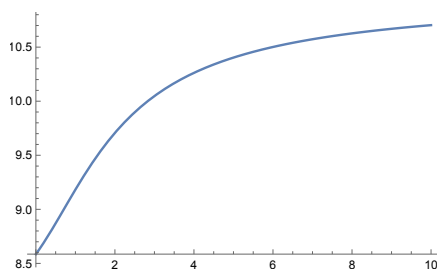
Antes dese valor temos que $I''(t) > 0$ polo que a función ten a mesma convexidade que t^2 . Despois dese valor temos que $I''(t) < 0$ polo que $I(t)$ ten a mesma concavidade que $-t^2$. Con outras palabras, nese valor temos un punto de inflexión da función $I(t)$.

Xa analizamos que a función $I'(t)$ non se anula en ningún punto do dominio onde se analiza. Ademais,

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} I(t) = 11, \quad (4.39)$$

que é o valor da asíntota horizontal que ten a función. Posto que $I(t)$ é monótona crecente (estrita) obtemos que non atinxe ningún máximo, se ben os valores tenden a 11.

Finalmente, a gráfica da función $I(t)$ vén dada pola gráfica.



□

Tarefa extra 4.5. Desde hai pouco tempo, estase a empregar un método novidoso para determinar o número e a procedencia do turismo, baseado nos sinais de posición dos teléfonos móbiles, fornecidos polos principais operadores de telefonía. Segundo este sistema, Galiza recibiu 4 millóns de turistas procedentes de España e tivo outros 6 millóns de turistas (internos) galegos. Nestas dúas categorías, os 4 millóns de turistas procedentes de España realizaron 48 millóns de pernoctacións, fronte aos 20 millóns de pernoctacións derivadas do turismo galego. Deses 48 millóns de pernoctacións destacan 9 millóns de turistas procedentes de Madrid, 3,5 millóns de pernoctacións de Catalunya, 2,8 millóns de Castilla y León, 2,7 de Andalucía e 2,1 de Euskadi.

Na seguinte táboa recóllense os valores absolutos e a porcentaxe destes territorios no total do estado

	Absoluto	Porcentaxe
Madrid	6.871.903	14,29%
Catalunya	7.901.963	16,43%
Castilla y León	2.383.703	4,96%
Andalucía	8.584.147	17,85%
Euskadi	2.216.302	4,61%
Galiza	2.699.424	5,84%

Por outra banda, tamén recibimos 2,3 millóns de turistas estranxeiros, que fixeron 17 millóns de pernoctacións. Destes turistas, 780.000 foron portugueses, que pernoctaron 4,2 millóns de noites, 325.000 foron franceses con 2,7 millóns de pernoctacións. A un nivel máis baixo temos Alemaña con 165.000 turistas, Países Baixos con 131.500 turistas, Reino Unido con 130.000 turistas e Estados Unidos de América con 110.000 turistas.

Supoñamos por simplicidade, que hai independencia na elección do aloxamento e que as prazas son individuais. Nunha casa de turismo rural de 9 prazas:

1. Queren elaborar un menú baseado en produtos locais, pero non teñen claro como traducir algúns termos. Cal é a probabilidade de que os turistas sexan galegos?
2. Durante as festas do Apóstolo, a casa de turismo rural está ocupada integralmente por turistas españois. Se a distribución da casa de turismo rural é de de 4, 3 e 2 prazas por cada unha dos tres andares, cal é a probabilidade de que só o segundo andar estea ocupado por turistas de Madrid?

Solución. As probabilidades asociadas a que un turistas sexa español, galego ou extranxeiro son: 0,5647059, 0,2352941 e 0,20, respectivamente.

Sexa o suceso

$$A = \text{todos os turistas son galegos.} \quad (4.40)$$

O número total de pernoctacións é: $48 + 20 + 17 = 85$ millóns de turistas. Usando a lei de

Laplace:

$$\begin{aligned}
 P(A) &= \frac{\#\text{Casos favorábeis}}{\#\text{Casos posíbeis}} = \frac{V_{20000000}^9}{V_{85000000}^9} = \frac{\frac{20000000!}{(20000000-9)!}}{\frac{85000000!}{(85000000-9)!}} \\
 &= \frac{20000000}{85000000} \frac{19999999}{84999999} \cdots \frac{19999992}{84999992} = 2,210543 \times 10^{-6}. \quad (4.41)
 \end{aligned}$$

Dado que o tamaño é grande a aproximación supoñendo repetición daría un resultado semellante:

$$\frac{VR_{20000000}^9}{VR_{85000000}^9} = \frac{20^9}{85^9} = 2,210546 \times 10^{-6}. \quad (4.42)$$

Sexa o suceso

$$A = \text{só o segundo andar está ocupado por turistas de Madrid}. \quad (4.43)$$

A probabilidade de que a pernocta sexa dun turista de Madrid é:

$$\frac{9 \cdot 10^6}{48 \cdot 10^6} = 0,1875. \quad (4.44)$$

En consecuencia,

$$P(A) = \frac{V_{39000000}^6 V_{9000000}^3}{V_{48000000}^9} = 0,001896462. \quad (4.45)$$

Analogamente e supoñendo repetición teríamos:

$$P(A) \approx \frac{VR_{39000000}^6 VR_{9000000}^3}{VR_{48000000}^9} = \frac{39^6 9^3}{48^9} = 0,001896462. \quad (4.46)$$

□

Análise do decálogo de dimensións de competencialidade e avaliación das competencias.

Tal e como sinalamos no proemio, o cambio no modelo vai moito máis alá de contextualizar os enunciados, pois ademais de situar as cuestións en contornas próximas ao alumnado o importante é avaliar criterios e competencias, non os contidos.

Ademais de presentar varias situacións de aprendizaxe, a nosa idea é analizar a súa competencialidade e a súa relación co currículo de segundo de bacharelato para o cal desenvolvemos cun alto grao de detalle a avaliación da primeira das situacións de aprendizaxe, que entendemos pode ser de referencia para facer o mesmo estudo no resto das situacións propostas. Só fixemos esta análise para a primeira das situacións de aprendizaxe (*Influencers*) que consideramos moi detallada, e nas outras, como a presente, pode reformularse *mutatis mutandis*.