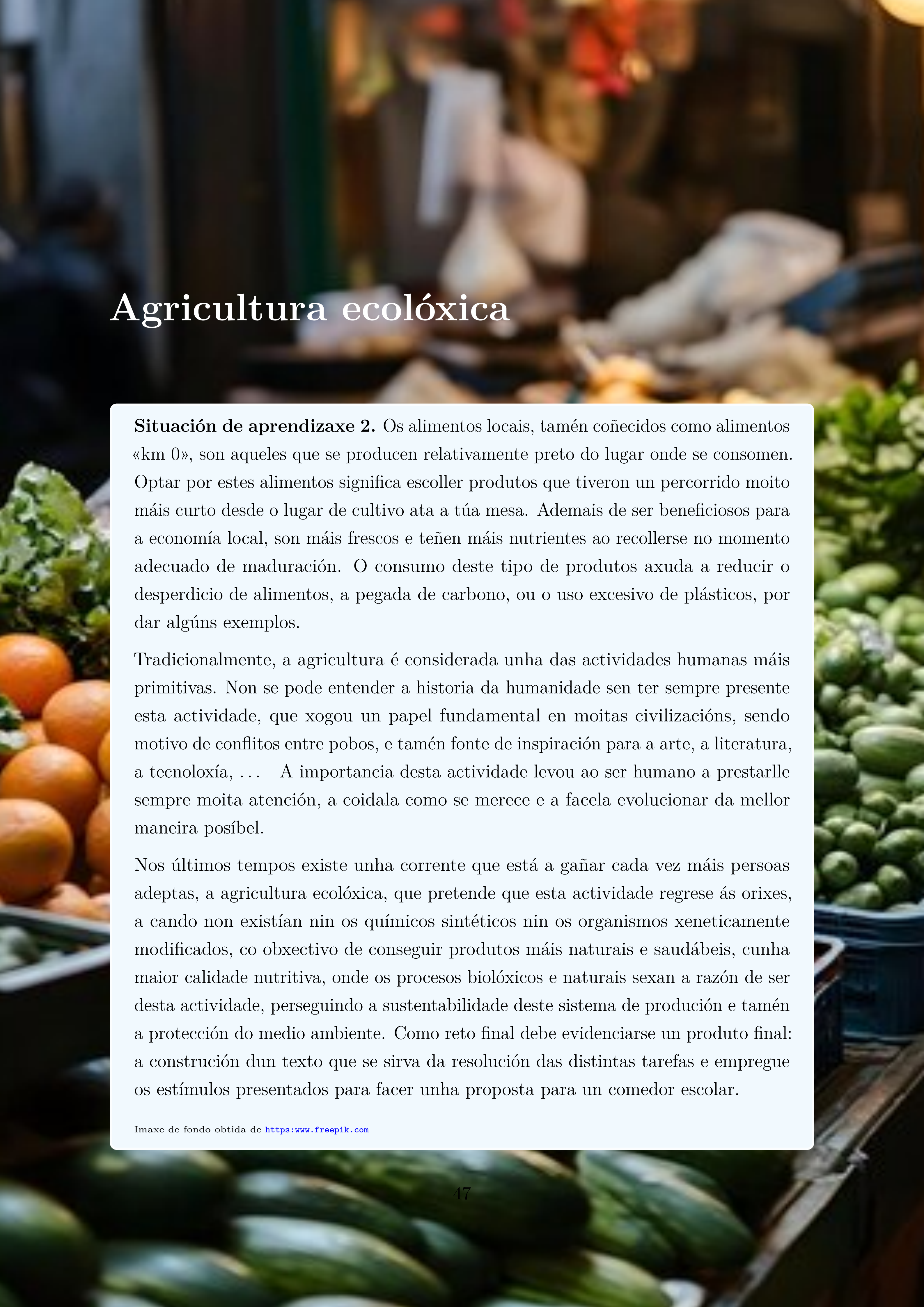


Agricultura ecolóxica

Situación de aprendizaxe 2. Os alimentos locais, tamén coñecidos como alimentos «km 0», son aqueles que se producen relativamente preto do lugar onde se consomen. Optar por estes alimentos significa escoller produtos que tiveron un percorrido moito máis curto desde o lugar de cultivo ata a túa mesa. Ademais de ser beneficiosos para a economía local, son máis frescos e teñen máis nutrientes ao recollerse no momento adecuado de maduración. O consumo deste tipo de produtos axuda a reducir o desperdicio de alimentos, a pegada de carbono, ou o uso excesivo de plásticos, por dar algúns exemplos.

Tradicionalmente, a agricultura é considerada unha das actividades humanas máis primitivas. Non se pode entender a historia da humanidade sen ter sempre presente esta actividade, que xogou un papel fundamental en moitas civilizacións, sendo motivo de conflitos entre pobos, e tamén fonte de inspiración para a arte, a literatura, a tecnoloxía, ... A importancia desta actividade levou ao ser humano a prestarlle sempre moita atención, a coidala como se merece e a facela evolucionar da mellor maneira posíbel.

Nos últimos tempos existe unha corrente que está a gañar cada vez máis persoas adeptas, a agricultura ecolóxica, que pretende que esta actividade regrese ás orixes, a cando non existían nin os químicos sintéticos nin os organismos xeneticamente modificados, co obxectivo de conseguir produtos máis naturais e saudábeis, cunha maior calidade nutritiva, onde os procesos biolóxicos e naturais sexan a razón de ser desta actividade, perseguindo a sustentabilidade deste sistema de produción e tamén a protección do medio ambiente. Como reto final debe evidenciarse un produto final: a construción dun texto que se sirva da resolución das distintas tarefas e empregue os estímulos presentados para facer unha proposta para un comedor escolar.

Imaxe de fondo obtida de https:www.freepik.com

Estímulo 2.1: Agricultura ecolóxica.

Segundo a FAO o termo agricultura ecolóxica, tamén denominada orgánica ou biolóxica, refírese ao proceso que utiliza métodos que respectan o medio ambiente, dende as etapas de produción até as de transformación e comercialización. Este tipo de agricultura non só se ocupa do produto senón de todo o sistema onde se asenta esa produción incluíndo os procesos que permiten levar ese produto até o consumidor final.

Segundo o *Codex Alimentarius* para a Produción, Procesamento, Etiquetado e comercialización dos alimentos producidos organicamente a agricultura ecolóxica busca promover e mellorar a saúde dos ecosistemas, incluíndo os ciclos biolóxicos e a actividade biolóxica do solo aumentando a fertilidade. A gandería ecolóxica respectaría o benestar animal e os seus ciclos biolóxicos. Para isto poden utilizarse técnicas innovadoras pero tamén tradicionais e evitarase o uso de agroquímicos (como fertilizantes e praguicidas sintéticos) e de organismos modificados xeneticamente. No caso da gandería daríase prioridade á alimentación producida na propia granxa fronte á alimentación industrial e a un manexo que previse enfermidades co fin de utilizar os menos medicamentos posíbeis. Como obxectivos da agricultura ecolóxica poden citarse, entre outros: producir alimentos de máxima calidade nutritiva, sanitaria e organoléptica; ser ambientalmente sustentábel e economicamente viábel; manter a diversidade xenética do sistema agrario e do seu entorno; aumentar e manter a fertilidade do chan; preservar a seguridade alimentaria e evitar as formas de contaminación que poidan resultar das técnicas agrarias.

Cabe preguntarse por que xorde o concepto de agricultura ecolóxica toda vez que os seres humanos levan practicando agricultura dende o Neolítico e facendo evolucionar os ecosistemas agrarios conxuntamente co manexo humano dos mesmos. As técnicas de produción agraria deron un salto cualitativo no obxectivo de incrementar os rendementos e a produción, na época contemporánea, especialmente na segunda metade do século XX coa mecanización da agricultura. Esta vai contribuír ao éxodo rural e a mellorar o abastecemento das cidades, cada vez máis grandes e poboadas.

A **mecanización** supón a primeira etapa da industrialización da agricultura e algúns autores a sitúan en Europa entre 1958 e 1963. A Europa do final da Segunda Guerra Mundial necesitaba reconstruír a capacidade de produción de alimentos e suplir a escaseza de man de obra provocada pola guerra. A introdución masiva de maquinaria, favorecida por políticas públicas, provoca unha serie de cambios no manexo dos agroecosistemas como: a concentración de parcelas, o abandono daquelas que non se poden mecanizar, a selección de cultivos máis mecanizábeis (cereais) mentres se abandonan outros (remolacha-alfalfa), a simplificación das rotacións de cultivo, a selección de especies vexetais e animais adaptadas á mecanización coa conseguinte perda de variedades xenéticas... (o que non se cultiva ou cría, desaparece).

Nunha segunda etapa, entre 1963 e 1973 aproximadamente, prodúcese a chamada revolución verde e con ela a **quimización** da agricultura, é dicir, a aplicación masiva da industria da química pesada aos factores de produción agrarios como os fertilizantes e os praguicidas. Neste período a xeneralización do uso de agroquímicos acelera a industrialización da agricultura que substitúe factores de produción propios por outros de orixe industrial. Por outra parte, o incremento da produción cerealeira a gran escala fai que se desenvolvan novos mercados como o da alimentación animal.

Xa xurdiron neste momento voces que alertaban sobre as consecuencias negativas para os ecosistemas da utilización masiva de agroquímicos. A publicación do libro de Rachel Carson, Primavera Silenciosa, alertando dos efectos do DDT (potente praguicida) é considerada un fenómeno fito da conciencia ecoloxista.

A partir do ano 1973 comezaría a etapa de bioloxización da agricultura onde a incorporación de cultivos e razas seleccionadas xeneticamente van considerarse o factor de cambio nos sistemas agrarios e gandeiros. As consecuencias para os agroecosistemas teñen que ver coa especialización das granxas, a desaparición do policultivo, unha maior dependencia de factores de produción procedentes das industrias, a desaparición de variedades vexetais e animais etc.

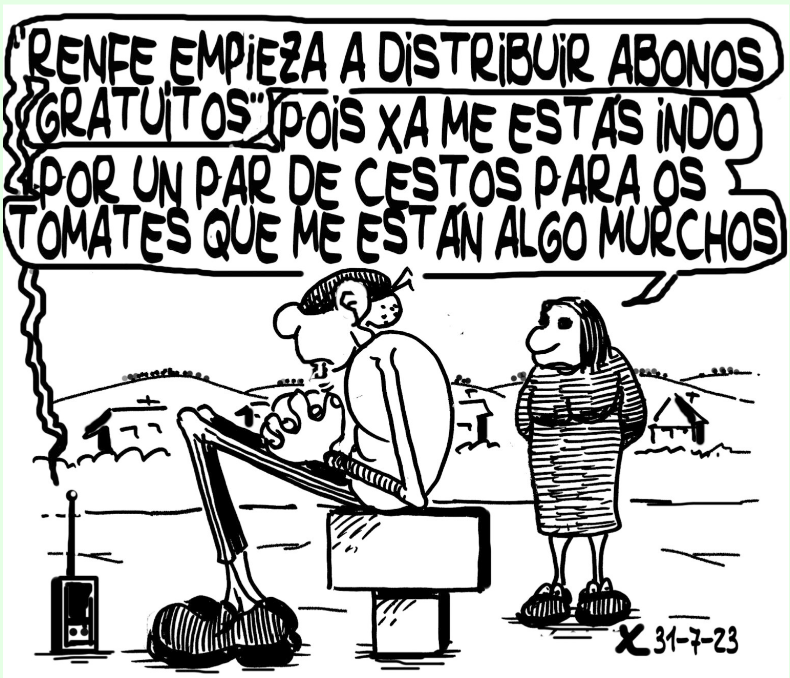
Por outra parte, a industrialización dos sistemas agrarios leva aparellada unha serie de efectos negativos sobre os ecosistemas en xeral e sobre a saúde humana en forma de contaminación, especialmente das augas (p.ex. eutrofización por exceso de nitratos en augas subterráneas) e dos solos. Pero, ademais, as mudanzas nos sistemas de cultivo tamén teñen consecuencias sobre a paisaxe agraria, que se transforma de xeito importante. O incremento da produtividade por unidade de superficie e a concentración da actividade agraria en determinadas zonas (máis cómodas para a mecanización) fai que noutras áreas desapareza a agricultura e sexa substituída por outras actividades, por exemplo a explotación forestal, ou ás veces por nada en particular.

A agricultura ecolóxica preséntase como unha alternativa á agricultura industrial para tratar de facer da produción de alimentos unha actividade sustentábel. Para isto diversas políticas públicas téñense posto en marcha co fin de fomentala. Neste sentido podemos destacar que na Unión Europea as medidas de Agroambiente e Clima ofrecen aos agricultores contratos de 5 a 7 anos polos que reciben unha compensación a cambio de transformar os seus modos de produción cara a agricultura ecolóxica. Existen, ademais, regulamentos que conteñen os criterios do que se considera agricultura ecolóxica e un selo que identifica a eses produtos no mercado, de xeito que sexan recoñecidos e valorizados por quen os consome.

Máis aló da agricultura ecolóxica a agroecoloxía engade a dimensión social. A agroecoloxía, inspirada por diversos modelos de agricultura tradicional, promove a diversificación dos cultivos como unha estratexia de conservación da biodiversidade que, á súa vez, proporciona servizos ecosistémicos tales como a fertilidade do solo, o manexo e a regulación de pestes e enfermidades ou servizos de polinización. Ao mesmo tempo busca a autonomía, resiliencia e soberanía do sistema alimentario sen esquecer a dimensión social e política que persegue a xustiza social.

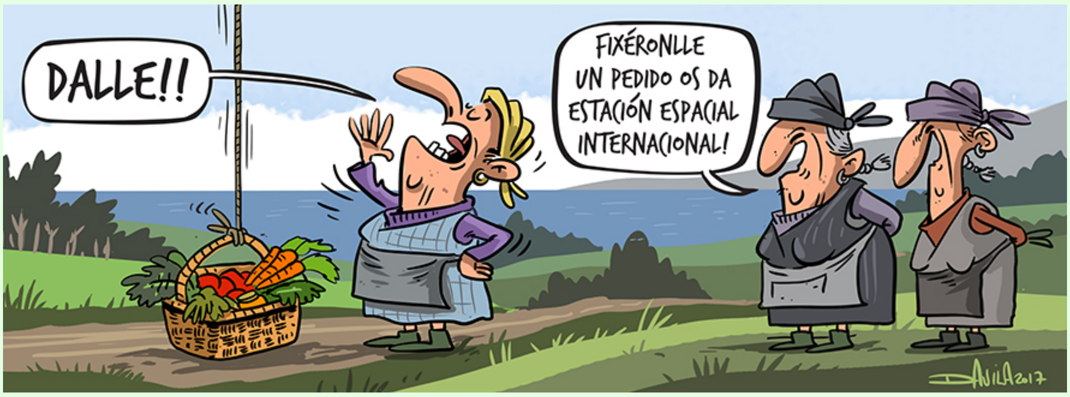
Texto de **Ana Isabel García Arias**, profesora titular de universidade da área de Economía, Socioloxía e Política Agraria na Escola Politécnica Superior de Enxeñaría do campus de Lugo. A profesora García Arias pertence ao Centro de Investigación Interuniversitario das Paisaxes Atlánticas Culturais (CISPAC).

Estímulo 2.2: Viñeta de Xosé Lois González Vázquez, "O Carrabouxo", publicada no xornal *La Región*



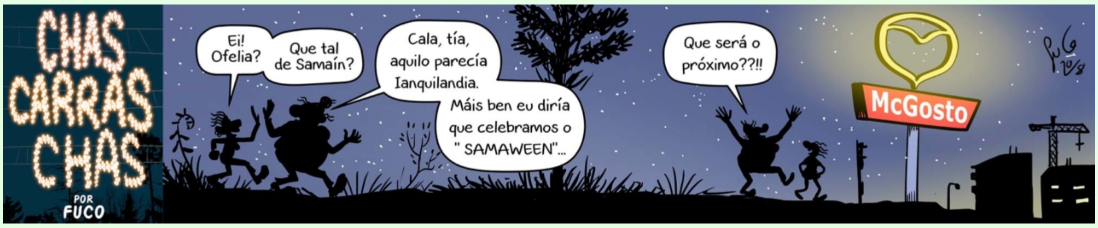
https://carrabouxo.es/2023/08/02/carra31-7-23-2/

Estímulo 2.3: Viñeta de Luís Davila Malvido, "O Bichero", publicada no xornal *Faro de Vigo*



http://obichero.blogspot.com/2019/12/suministro-de-productos.html

Estímulo 2.4: Viñeta de Pablo Prado "Fuco" publicada en *Novas do Eixo Atlántico*



https://pabloprado.net/wp-content/uploads/2019/06/chas_McGosto_
peke-1280x256.jpg

Tarefa 2.1. Tempo estimado para a resolución: 30'. A cooperativa HORECOGAL S.L. (Hortalizas Ecolóxicas Galegas S.L.), dedicada á produción de hortalizas mediante as técnicas e procesos da agricultura ecolóxica, quere elaborar o deseño para a produción de tres das dezasete variedades autóctonas de tomates: Apementado, Convento e Negro. Queren enviar os seus produtos á estación espacial internacional, posibelmente dun xeito distinto ao que recolle Davila no estímulo 2.1.

En primeiro lugar, toman como referencia os datos sobre a produción dos dous últimos anos. Estes datos son os que se reflicten na seguinte táboa na que se sinala para cada unha das variedades a superficie cultivada en m^2 e a produción total en quilogramos nos anos 2023 e 2024:

Ano	m^2 Apementado	m^2 Convento	m^2 Negro	Produción total (kg)
2023	200	400	300	8.500
2024	400	600	200	11.800

1. Á vista da información anterior, é posíbel que a produción de cada variedade (kg/m^2) fose a mesma nos dous últimos anos? Xustifica a resposta.

De cara a precisar un pouco máis o deseño de produción para o vindeiro ano e supoñendo que a produción de cada variedade (kg/m^2) sempre é a mesma todos os anos, tamén queren ter en conta os datos sobre a produción de hai tres anos. O caso é que o persoal actual da cooperativa non recorda con claridade a superficie cultivada que se dedicou á variedade Apementado:

Ano	m^2 Apementado	m^2 Convento	m^2 Negro	Produción total (kg)
2022	?	500	300	10.600

2. Unha das persoas traballadoras da cooperativa afirma que a superficie cultivada coa variedade Apementado hai tres anos non puido ser superior a 500 m^2. Tendo en conta a información anterior, é esta afirmación completamente certa? Xustifica a resposta.

3. Unha traballadora da cooperativa lembra que hai outra persoa que traballou hai tres anos polo que deciden contactar con esta persoa, que lles informa de que naquel ano a variedade Apementado cultivárase nunha parcela ocupando 300 m^2 de superficie. Nese caso, cal é a produción de cada variedade (kg/m^2)?

Solución. Aquelas persoas interesadas en aprender sobre as variedades autóctonas de tomates poden consultar http://www.ciam.gal/pdf/tomates.pdf.

(1) Sexan x, y e z as producións, en kg/m^2 das variedades de tomate Apementado, Convento e Negro, respectivamente. Supoñamos que as producións dos dous últimos anos destas variedades de tomates fosen as mesmas. Tendo en conta a información fornecida na táboa, obtemos o seguinte sistema de ecuacións lineares

$$\begin{cases} 200x + 400y + 300z = 8.500, \\ 400x + 600y + 200z = 11.800, \end{cases} \tag{2.1}$$

que en forma matricial pode escribirse

$$\begin{pmatrix} 200 & 400 & 300 \\ 400 & 600 & 200 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.500 \\ 11.800 \end{pmatrix}. \tag{2.2}$$

Este sistema de ecuacións debe ser compatíbel para que exista a posibilidade de que a produción nos dous últimos anos fose a mesma, que é o que estamos a supoñer desde un principio. En caso contrario, de ser incompatíbel, ao non ter solución, non cabería esta posibilidade.

Logo temos que comprobar que os rangos das matrices

$$A = \begin{pmatrix} 200 & 400 & 300 \\ 400 & 600 & 200 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

e

$$(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 200 & 400 & 300 & 8.500 \\ 400 & 600 & 200 & 11.800 \end{array} \right) \tag{2.4}$$

son iguais. Pero isto é evidente posto que o primeiro menor da matriz A ten rango dous, que é máximo. En virtude do teorema de Rouché-Frobenius, o sistema de ecuacións (2.1) é compatíbel. Este teorema coñécese como o teorema de Rouché-Capelli en territorios de fala inglesa, Italia e Brasil; como o teorema de Kronecker-Capelli en Austria, Polonia, Ucraína, Croacia, Romanía, Serbia e Rusia; como o teorema de Rouché-Fontené en Francia; ou simplemente como o teorema de Frobenius en República Checa e mais en Eslovaquia.

Aínda que non se pide no enunciado, podemos resolver o sistema de ecuacións (2.1) e obtemos

$$x = \frac{1}{2}(5z - 19), \quad y = 2(13 - z), \quad z \in \mathbf{R}. \tag{2.5}$$

Posto que as producións teñen que ser valores positivos, temos que

$$z \geq \frac{19}{5} = 3{,}8 \quad \text{e} \quad z \leq 13. \tag{2.6}$$

Por exemplo, se escollemos $z = 5$ entón resultan as seguintes producións nos dous anos:

$$x = 3\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad y = 16\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad z = 5\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}. \tag{2.7}$$

(2) Se designamos con m a superficie cultivada da variedade Apementado no ano 2022, os datos referidos a este ano engaden unha terceira ecuación ao sistema de ecuacións (2.1), de xeito que obtemos

$$\begin{cases} 200x + 400y + 300z = 8.500, \\ 400x + 600y + 200z = 11.800, \\ mx + 500y + 300z = 10.600, \end{cases} \tag{2.8}$$

que en forma matricial pode escribirse

$$\begin{pmatrix} 200 & 400 & 300 \\ 400 & 600 & 200 \\ m & 500 & 300 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.500 \\ 11.800 \\ 10.600 \end{pmatrix}. \tag{2.9}$$

Se consideramos a matriz

$$(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 200 & 400 & 300 & 8.500 \\ 400 & 600 & 200 & 11.800 \\ \text{m} & 500 & 300 & 10.600 \end{array} \right) \tag{2.10}$$

temos que o seu rango é tres xa que o menor de orde tres

$$\begin{pmatrix} 400 & 300 & 8.500 \\ 600 & 200 & 11.800 \\ 500 & 300 & 10.600 \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

ten determinante distinto de cero. Isto obriga a que o rango da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 200 & 400 & 300 \\ 400 & 600 & 200 \\ m & 500 & 300 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

sexa tamén igual a tres para que o sistema sexa compatíbel. Se calculamos o determinante de A obtemos

$$\det(A) = 28000000 - 100000m \tag{2.13}$$

de xeito que o rango de A será máximo (tres) cando $m \neq 280$. Para eses valores de m podemos resolver o sistema e obtemos

$$x = \frac{1.300}{5m - 1.400}, \quad y = \frac{92m - 26.800}{5m - 1.400}, \quad z = \frac{19m - 4.800}{5m - 1.400}, \tag{2.14}$$

sempre que $5m - 1.400 \neq 0$ ou equivalentemente sempre que $m \neq 280$. De considerarmos valores de m maiores que 500 poden resultar solucións positivas para as tres variábeis. Por exemplo, se $m = 600$ entón resulta

$$x = \frac{13}{16}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad y = \frac{71}{4}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad z = \frac{33}{8}\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}. \tag{2.15}$$

Xa que logo, a afirmación non é completamente certa.

Outro xeito de resolver a cuestión é ter en conta respecto da afirmación «a superficie cultivada coa variedade Apementado hai tres anos non puido ser superior a 500 m^2», non é completamente certa dado que non se está a descartar a posibilidade de que $m = 280$, o que daría lugar a que o sistema de ecuacións (2.8) fose incompatíbel, entrando en contradición coa existencia de solución.

(3) Finalmente, se $m = 300$ o sistema é compatíbel e determinado. Se o resolvemos resulta,

$$x = 13\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad y = 8\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \quad z = 9\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}, \tag{2.16}$$

o que significa que a produción de variedade Apementado é de $13\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$, a da variedade Convento é de $8\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ e a da variedade Negro é de $9\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$.

□

Tarefa 2.2. Tempo estimado para a resolución: 35'. Para levar a cabo o cultivo e posterior recolección da variedade Convento, dispoñen dunha finca rectangular de 32 metros de ancho por 30 metros de longo. En principio queren realizar a plantación das tomateiras en fileiras de 1,50 metros de ancho, colocando fileiras ao longo dos 30 metros de longo que ten a finca, e deixando unha separación dun metro entre fileiras para poder acometer os traballos de coidado e mantemento (comézase colocando unha fileira). Antes de iniciar a plantación comentan, pola experiencia que teñen na cooperativa de cultivar esta variedade de tomate en anos anteriores, que o feito de reducir o ancho das fileiras para que as tomateiras dispoñan dunhas mellores condicións de desenvolvemento en canto ao ar, luz, espazo e recursos do chan, non fai variar a produción, que é de 8 kg/m^2, pero o que si conseguen é que os tomates que se producen son dun maior calibre e, polo tanto, poderían vendelos a un prezo maior.
Deciden que para realizar a nova plantación deben ter en conta esta circunstancia a fin de conseguir atinxir os maiores ingresos posíbeis cun produto de maior calidade, sempre sen incrementar o número de fileiras para que «respiren» mellor e optimizar a luz e a auga, e axudar no consumo de produtos de proximidade tal e como se recollen nos estímulos 2.1 e 2.3.
Esta variedade de tomate comercialízana a un prezo de venda ao público de 2,70€/kg. Tendo en conta o desenvolvemento desta variedade cando se cultiva, saben que por cada decímetro que se reduza o ancho dunha fileira, produciranse tomates dun calibre tal que lles permitirá subir o prezo de venda ao público en 0,30€/kg.

1. Canto debe medir o ancho das fileiras para que os ingresos sexan os máximos posíbeis? A que prezo poderán vender os tomates apañados?
2. Na situación anterior, explica razoadamente como debe ser o deseño para a produción dos tomates da variedade Convento na finca da que dispoñen para tal fin, indicando o número de fileiras que poderán plantar, a superficie total cultivada, a produción e os ingresos que se esperan obter por fileira e a produción e os ingresos totais que se poderán conseguir.
3. Elabora un comentario cunha valoración persoal sobre se merecen a pena ou non as estratexias e planificacións de produción para lograr uns determinados obxectivos como a situación formulada.
4. Que sucedería se no lugar de manter constante o número de fileiras decidísemos empregar o espazo de redución para sementar máis fileiras de tomates?

Solución. Supoñamos que comezamos cunha fileira de tomates que ocupa 1,50 metros, despois ten que vir 1 metro de separación; despois novamente 1,50 metros para tomates, e logo outra vez un metro de separación. Deste xeito levamos xa 5 metros empregados, con dúas fileiras de tomates. Se repetimos isto 6 veces teremos empregados 30 metros (dos 32 metros da leira), con 12 fileiras de tomates cada unha de 30 m de lonxitude. Aínda temos espazo para unha décimo terceira fileira de tomates, e logo sobrarían 0,5 metros. Cousas da vida, que titulou Castelao. Temos xa que logo 13 fileiras de tomates, cada unha de 30 metros de lonxitude, o que nos dá un total de $13 \times 30 \times 1{,}5 = 585$ metros cadrados de tomates, dun total de 960 m^2 que mide o terreo. Posto que a produción é de 8 kg/m^2 temos unha produción total do terreo de 4.680 kg de tomate da variedade Convento. Inicialmente o prezo de venda ao público é de 2,70 €/kg, o que implica uns ingresos de 12.636 €.

Designemos con x ó número de decímetros de redución do ancho dunha fileira. Desta maneira, o seu ancho, en metros, vén dado pola expresión

$$1{,}50 - 0{,}10\,x. \tag{2.17}$$

Tendo en conta que unha fileira ten 30 metros de longo, abonda calcular o produto de ancho por longo para obter a expresión da súa superficie, o que nos leva a

$$(1{,}50 - 0{,}10x) \cdot 30. \tag{2.18}$$

Agora ben, posto que a produción da variedade de tomate Convento é de 8 kg/m^2 e non experimenta variacións con respecto da modificación do ancho dunha fileira, a produción total dunha destas virá dada polo produto da superficie pola produción por m^2, é dicir, virá dada pola expresión

$$(1{,}50 - 0{,}10x) \cdot 30 \cdot 8. \tag{2.19}$$

Por outra banda, con respecto aos ingresos, tendo en conta que por cada decímetro que se reduza o ancho dunha fileira o prezo de venda ao público aumenta en 0,30 €/kg, a expresión que nos dá o prezo en €/kg é

$$2{,}70 + 0{,}30x. \tag{2.20}$$

Logo, os ingresos totais que se obteñen pola produción dunha fileira virán dados pola expresión que resulta do produto das dúas expresións anteriores, é dicir

$$(1{,}50 - 0{,}10x) \cdot 30 \cdot 8 \cdot (2{,}70 + 0{,}30\,x) \tag{2.21}$$

e os ingresos totais do terreo veñen dados por

$$I(x) = 13 \cdot (1{,}50 - 0{,}10x) \cdot 30 \cdot 8 \cdot (2{,}70 + 0{,}30x). \tag{2.22}$$

Certamente, ao calcular $I(0)$ obtemos de novo os ingresos iniciais de 12.636 €.

Entón, para resolver a cuestión relativa a maximizar os ingresos, temos que buscar os máximos da función definida por $I(x)$. Posto que

$$I'(x) = 13 \cdot (43{,}20 - 14{,}40\, x) \tag{2.23}$$

temos que en $x = 3$ a función $I(x)$ presenta un posíbel extremo. Ademais, ao ser $I''(x) = -13 \cdot 14{,}40 < 0$, temos que nese punto hai un máximo relativo.

Isto significa que o ancho das fileiras debe reducirse en 3 decímetros. De xeito paralelo, increméntase o prezo de cada quilogramo de tomate en 3×0,30=0,90 pasando a ser entón de 2,70+0,90=3,60 €/kg. Se ben o número de fileiras é constante, é dicir 12 fileiras, non o é a superficie cultivada que agora é de 30×1,20×13=468 m^2. Por fileira a produción é de 30×1,20×8=288 quilos, que implican uns ingresos de 288×3,60=1.036,80 €. A produción total ascendería a 3.744 kg de tomates e os ingresos pasa a ser de

$$3.744\text{kg} \times 3{,}60\ \frac{€}{\text{kg}} = 13.478{,}80\ €. \tag{2.24}$$

Isto supón un incremento absoluto de 842,40 €, ou se se prefire un incremento do 6,6%.

Ao facer unha redución de 0,30 metros, no lugar de empregar fileiras de 1,50 metros temos fileiras de 1,20 metros. Deste xeito poderiamos aproveitar, deixando un metro de separación, para chegarmos a 15 fileiras de tomates, xa que 1,20+1+1,20+1=4,40 metros e 4,40×7=30,8 metros, de xeito que xusto colle unha fileira máis para chegar aos 32 metros. A superficie que ocupa cada fileira é de 1,20×30=36 m^2, e a superficie cultivada aumentaría a 36×15=540 m^2. Cada fileira producirá 36×8=288 kg de tomates, obtendo unha produción total no cultivo de 288×15=4320 kg. Por último, no relativo aos ingresos, cada fileira permitirá ingresar 288×3,60=1036,80 euros, o que supón que os ingresos totais do cultivo ascenderían a 1036,80×15=15.552€.

□

Tarefa 2.3. Tempo estimado para a resolución: 25'. Para loitar contra as pragas na produción de tomates, os traballadores e as traballadoras da cooperativa realizan os tratamentos con fitosanitarios ecolóxicos, empregando unha barra horizontal de pulverización que conta cunha serie de boquillas que apuntan en direccións paralelas contidas no mesmo plano. Para que a aplicación dos tratamentos sexa óptima e antes de levar a cabo estes, proceden a calibrar a barra de pulverización realizando unha serie de comprobacións. Cren que unha das boquillas se sae do plano de pulverización o que dificulta a óptima aplicación dos tratamentos e un mellor aproveitamento do produto fitosanitario empregado.

1. Segundo un determinado sistema de referencia ortonormal, o plano de pulverización vén dado pola ecuación

$$\pi : x - z = 0. \tag{2.25}$$

Por outra banda, a dirección da boquilla que queren comprobar vén dada pola ecuación

$$r : x - 2 = \frac{y+1}{-4} = z - 2. \tag{2.26}$$

Está ben orientada a boquilla? Xustifica a túa resposta.

Unha vez comprobado que todo está correcto e que a barra de pulverización está ben calibrada, queren engadir dúas novas boquillas co obxectivo de reducir o tempo de aplicación dos tratamentos.

2. Cada unha destas boquillas debe ir a 2 decímetros de distancia dunha boquilla determinada, cuxa dirección de aplicación vén dada pola ecuación

$$s : x - 1 = -\frac{y}{4} = z - 1. \tag{2.27}$$

Cales son as direccións destas dúas novas boquillas?

Solución. Determinar se a boquilla está ben orientada equivale a comprobar se a recta r que define a súa dirección está contida no plano de pulverización π. Para iso, basta comprobar se o plano contén un punto da recta, e se un vector director da recta é ortogonal a un vector normal ao plano. Da ecuación da recta r definida na ecuación (2.26) podemos escoller o punto $A_r(2,-1,2)$ e vector

$$\vec{v}_r = (1,-4,1). \tag{2.28}$$

Consideramos o vector normal ao plano de pulverización (2.25)

$$\vec{n}_\pi = (1,0,-1). \tag{2.29}$$

En primeiro lugar é simple comprobar que, efectivamente, o punto A_r está contido no plano π posto que se substituímos as coordenadas de A_r na ecuación do plano π obtemos unha identidade:

$$2-2=0. \tag{2.30}$$

Por outra banda, se calculamos o produto escalar dos vectores $\vec{v}_r$ e $\vec{n}_\pi$ resulta

$$\vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = (1,-4,1)\cdot(1,0,-1) = 1\cdot 1 + (-4)\cdot 0 + 1\cdot(-1) = 1+0-1=0, \tag{2.31}$$

o que significa que os dous vectores son ortogonais.

(2) Para determinar as direccións das novas boquillas primeiro calcularemos o plano α que é perpendicular ao plano π e que contén á recta s. Os dous planos paralelos a α que se atopen a dous decímetros de distancia cortarán ao plano π nas direccións pedidas.

O plano α queda determinado a partir dun punto da recta s, p.ex. $A_s(1,0,1)$, dun vector director desta recta, p.ex. $\vec{v}_s = (1,-4,1)$, e dun vector normal ao plano π, p.ex. $\vec{n}_\pi = (1,0,-1)$. Con estes tres ingredientes a ecuación do plano α vén dada pola ecuación

$$\det\begin{pmatrix} x-1 & y & z-1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = 0, \tag{2.32}$$

é dicir

$$4x+2y+4z-8=0, \tag{2.33}$$

ou equivalentemente

$$\alpha : 2x+y+2z-4=0. \tag{2.34}$$

Deste xeito, os dous planos paralelos a α que estamos a buscar teñen por ecuación

$$\beta : 2x+y+2z+k=0, \tag{2.35}$$

onde k é un número real. Para determinar estes dous planos chega con impoñer a condición de que a distancia de β a α debe ser de dous decímetros. Escollendo un punto do plano α, por exemplo $A_s(1,0,1)$, formulamos a igualdade

$$d(A_s,\beta) = 2, \tag{2.36}$$

que equivale a

$$\frac{|2 \cdot 1 + 0 + 2 \cdot 1 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2, \tag{2.37}$$

é dicir

$$|k + 4| = 6. \tag{2.38}$$

Se resolvemos a ecuación anterior obtemos as solucións $k = 2$ e $k = -10$ polo que obtemos os dous planos

$$\beta_1 = 2x + y + 2z + 2 = 0, \quad \beta_2 = 2x + y + 2z - 10 = 0. \tag{2.39}$$

Polo tanto, as direccións das novas boquillas veñen determinadas polas ecuacións

$$s_1 : \begin{cases} x - z = 0, \\ 2x + y + 2z + 2 = 0, \end{cases} \qquad s_2 : \begin{cases} x - z = 0, \\ 2x + y + 2z - 10 = 0. \end{cases} \tag{2.40}$$

Podemos expresar estas ecuacións doutro xeito escollendo un punto en cada unha delas

$$A_{s_1}(0, -2, 0), \qquad A_{s_2}(0, 10, 0), \tag{2.41}$$

e tomando como vector director $\vec{v}_s = (1, -4, 1)$ obtemos

$$s_1 : x = \frac{y + 2}{-4} = z, \qquad s_2 : x = \frac{y - 10}{-4} = z. \tag{2.42}$$

$\square$

Tarefa 2.4. Tempo estimado para a resolución: 30'. Chegou o momento de realizar a colleita dos tomates. Despois da recolección observaron que un de cada oito tomates tiña un calibre inferior ao desexado (inferior a 80 mm de diámetro), aínda que a idea é a de comercializalos igualmente no medio dos outros. Para isto, na planta de procesado realizan o envasado en dous formatos: caixas pequenas de 12 unidades destinadas ao pequeno comercio, e lotes de 100 unidades destinados ao comercio por xunto.
Para etiquetar os envases, seguen o criterio de colocar unha etiqueta coa inscrición «Calidade superior» cando os tomates de calibre inferior a 80 mm de diámetro non cheguen ao 10% dos tomates do envase. No caso de que os tomates de calibre inferior a 80 mm de diámetro superen ou igualen o 10% e cheguen como moito ao 20%, entón colocarán unha etiqueta coa inscrición «Calidade extra».

1. Para as caixas de 12 unidades, cal é a porcentaxe delas que levan a etiqueta «Calidade superior»?
2. A cooperativa recibe o encargo dunha persoa que ten un posto de venda nunha praza de abastos que merca seis caixas de 12 unidades. Cantas se espera que leven a etiqueta «Calidade superior»?
3. De escollermos un lote de 100 unidades ao chou, con que probabilidade levarán a etiqueta «Calidade extra»?
4. Un supermercado encárgalle á cooperativa oito lotes de 100 unidades. Cal é a probabilidade de que os oito leven a etiqueta «Calidade extra»?

Solución. **(1)** Definamos a variábel aleatoria

$$X = \text{número de tomates de calibre inferior a 80 mm de diámetro.} \tag{2.43}$$

Esta variábel aleatoria segue unha distribución binomial de parámetros $n = 12$ e $p = 1/8$

$$X \sim B(12; 1/8). \tag{2.44}$$

Segundo o criterio da cooperativa, tendo en conta que o 10% de 12 é igual a 1,20, a caixa levará a etiqueta «Calidade superior» se os tomates de calibre inferior a 80 mm de diámetro é un como moito. Logo a probabilidade pedida virá dada por

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{12}{0}\left(\frac{1}{8}\right)^{0}\left(\frac{7}{8}\right)^{12} + \binom{12}{1}\left(\frac{1}{8}\right)^{1}\left(\frac{7}{8}\right)^{11}$$
$$= 0{,}2014 + 0{,}3453 = 0{,}5467. \quad (2.45)$$

Polo tanto, a porcentaxe de caixas que levan a etiqueta «Calidade superior» é do 54,67%.

(2) Neste caso temos que definir unha nova variábel aleatoria

$$Y = \text{número de caixas de 12 unidades que levan a etiqueta «Calidade superior»}, \quad (2.46)$$

que segue unha distribución binomial de parámetros $n = 6$ e $p = 0{,}5467$,

$$Y \sim B(6; 0{,}5467). \quad (2.47)$$

Posto que

$$E[Y] = n \cdot p = 6 \cdot 0{,}5467 = 3{,}2802, \quad (2.48)$$

o número esperado de caixas que levan a etiqueta «Calidade superior» é igual a 3,28.

(3) Dado que agora escollemos un lote de 100 unidades ao chou, a distribución binomial definida pola variábel aleatoria X pasa a ter por parámetros $n = 100$ e $p = 1/8$

$$X \sim B(100; 1/8). \quad (2.49)$$

Designemos con X' a variábel aleatoria que segue unha distribución normal $N(\mu; \sigma)$ onde

$$\mu = n \cdot p = 100 \cdot \frac{1}{8} = 12{,}50, \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = 3{,}31, \quad (2.50)$$

posto que

$$n = 100 \geq 30, \quad np = 12{,}50 > 5, \quad nq = 87{,}50 > 5. \quad (2.51)$$

Tendo en conta o criterio empregado para etiquetar os envases, xa que ten que haber máis que ou igual ao 10% e como moito un 20% de tomates de calibre inferior a 80 mm de diámetro para que o lote de 100 unidades leve a etiqueta «Calidade extra», o número de tomates do lote ten que estar comprendido entre 10 e 20. Polo tanto, a probabilidade pedida agora é

$$P(10 \leq X \leq 20). \quad (2.52)$$

Utilizando a corrección de Yates (ou do punto medio) obtemos

$$P(10 \leq X \leq 20) \approx P(9{,}5 \leq X' < 20{,}50), \quad (2.53)$$

e tipificando a unha distribución normal $Z = N(0; 1)$ chegamos a

$$\begin{aligned} P(10 \leq X \leq 20) &\approx P(9{,}5 \leq X' < 20{,}50) \\ &= P\left(\frac{9{,}5 - 12{,}50}{3{,}31} \leq Z < \frac{20{,}5 - 12{,}50}{3{,}31}\right) = P(-0{,}91 \leq Z < 2{,}42). \quad (2.54) \end{aligned}$$

Por último, utilizando a simetría da distribución normal e empregando as súas táboas de valores

$$\begin{aligned} P(10 \leq X \leq 20) &\approx P(9{,}5 \leq X' < 20{,}50) \\ &= P\left(\frac{9{,}5\text{-}12{,}50}{3{,}31} \leq Z < \frac{20{,}5\text{-}12{,}50}{3{,}31}\right) = P(-0{,}91 \leq Z < 2{,}42) \\ &= P(Z < 2{,}42) - (1 - P(Z \leq 0{,}91)) = 0{,}9922 - (1 - 0{,}8183) = 0{,}8105. \quad (2.55) \end{aligned}$$

Polo tanto, a probabilidade de que o lote de 100 unidades leve a etiqueta «Calidade extra» é do 81,05%.

(4) Definimos unha nova variábel aleatoria

$$T = \text{número de lotes de 100 unidades que levan a etiqueta «Calidade extra»}. \quad (2.56)$$

Esta variábel aleatoria segue unha distribución binomial de parámetros $n = 8$ e $p = 0{,}8108$

$$T \sim B(8; 0{,}8105). \quad (2.57)$$

Para dar resposta á cuestión que se formula debemos calcular $P(T = 8)$. Empregando a función de distribución resulta

$$P(T = 8) = \binom{8}{8} (0{,}8105)^8 \, (0{,}1895)^0 = 0{,}18621, \quad (2.58)$$

de onde a probabilidade de que os oito lotes leven a etiqueta «Calidade extra» é do 18,62%.

□

Tarefa extra 2.1. Constrúe un texto sobre a importancia da agricultura ecolóxica en dúas partes: primeira, o argumento que sostén a túa opinión, e segunda, a exposición da túa proposta.

Tarefa extra 2.2. Na praza de abastos dunha vila galega hai un posto de venda que comercializa tomates da variedade Negro cultivados pola cooperativa HORECOGAL S.L. A pesar de que as opinións sobre este produto realizadas pola súa clientela son favorábeis nun 81%, motivo polo cal goza dunha boa fama, as persoas encargadas deste posto terán que tomar a decisión de volver a comercializalo ou non. Farano se polo menos tres de cada catro dos seus clientes mercaron o produto.

Pola información da que dispoñen no trato do día a día coa súa clientela, de entre as persoas que mercaron esta variedade de tomate, estiman que un 85% deron unha opinión favorábel, mentres que un 6% dérona desfavorábel, resultándolle indiferente ao resto da clientela.

Pero tamén houbo opinións por parte da clientela que non mercou este produto: un 65% ofreceu unha opinión favorábel, valorando a súa calidade, aínda que finalmente non se decidiron a mercalo. Por outra banda, resultoulle indiferente a un 30%. E o resto, deu unha opinión desfavorábel.

1. Tendo en conta a información anterior, cal cres que será a decisión das persoas encargadas deste posto de venda? Comercializarán de novo tomates da variedade Negro ou non? Xustifica a resposta explicando o razoamento seguido.

2. Se sabemos que unha das clientas deu unha opinión desfavorábel do produto, cal é a probabilidade de que o mercase? Escribe unha valoración persoal sobre se é lexítimo ou non realizar valoracións ou opinións sobre cousas das que non se ten coñecemento.

3. Consideras que son independentes o feito de dar unha opinión favorábel e ter mercado o produto? Xustifica a resposta.

4. Se imos ao posto comprar tomates da variedade Negro e vemos que temos a nove persoas diante para seren atendidos, cantos se espera que ofrecerán unha opinión indiferente sobre o produto? Cal é a probabilidade de que polo menos unha o fixese?

Solución. En primeiro lugar definimos os seguintes sucesos que se empregarán durante a resolución desta tarefa:

1. M: mercar o produto.

2. F: dar unha opinión favorábel.

3. D: dar unha opinión desfavorábel.

4. I: resultar indiferente.

(1) Para determinar cal é a decisión que tomarán as persoas encargadas do posto de venda, debemos calcular a probabilidade do suceso M e comparar o seu valor con $\frac{3}{4}$.

Para isto, tendo en conta que M e máis o seu suceso contrario, $\bar{M}$, determinan un sistema completo de sucesos, utilizando o teorema das probabilidades totais obtemos a igualdade

$$P(F) = P(F|M) \cdot P(M) + P(F|\bar{M}) \cdot P(\bar{M}), \tag{2.59}$$

onde os valores das probabilidades $P(F)$, $P(F|M)$ e $P(F|\bar{M})$ son valores coñecidos pois forman parte da información proporcionada nesta tarefa:

$$P(F) = \frac{81}{100}, \quad P(F|M) = \frac{85}{100}, \quad P(F|\bar{M}) = \frac{65}{100}. \tag{2.60}$$

Desta maneira, e posto que $P(\bar{M}) = 1 - P(M)$ a igualdade (2.59) redúcese a

$$\frac{81}{100} = \frac{85}{100}P(M) + \frac{65}{100}(1 - P(M)), \tag{2.61}$$

ou de xeito equivalente

$$81 = 85P(M) + 65(1 - P(M)), \tag{2.62}$$

de onde podemos resolver o valor de $P(M)$ obtendo

$$P(M) = \frac{4}{5}. \tag{2.63}$$

Polo tanto, xa que $P(M) > 3/4$, a decisión deberá ser a de comercializar de novo tomates da variedade Negro.

(2) Neste caso temos que calcular a probabilidade $P(M|D)$, cuxo valor podemos obter empregando o teorema de Bayes:

$$P(M|D) = \frac{P(D|M) \cdot P(M)}{P(D)}. \tag{2.64}$$

Por outra banda, empregando novamente o teorema das probabilidades totais resulta

$$P(D) = P(D|M) \cdot P(M) + P(D|\bar{M}) \cdot P(\bar{M}) \tag{2.65}$$

onde o valor da probabilidade $P(D|M)$ forma parte da información facilitada,

$$P(D|M) = \frac{6}{100}, \tag{2.66}$$

e a probabilidade $P(D|\bar{M})$ pode calcularse moi facilmente a partir da información dada tendo en conta que os sucesos F, D e I forman un sistema completo de sucesos:

$$P(D|\bar{M}) = 1 - \big(P(F|\bar{M}) + P(I|\bar{M})\big) = 1 - \left(\frac{65}{100} + \frac{30}{100}\right) = \frac{5}{100}. \tag{2.67}$$

Ademais, posto que

$$P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}, \tag{2.68}$$

retomando a igualdade (2.65) obtemos

$$P(D) = P(D|M) \cdot P(M) + P(D|\bar{M}) \cdot P(\bar{M}) = \frac{6}{100} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{5} = \frac{29}{500}. \tag{2.69}$$

Xa que logo, se agora retomamos a igualdade (2.64)

$$P(M|D) = \frac{P(D|M) \cdot P(M)}{P(D)} = \frac{\frac{6}{100} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{29}{500}} = \frac{24}{29}, \tag{2.70}$$

o que equivale a unha porcentaxe aproximada dun 82,76%.

(3) Para dar unha resposta xustificada a esta cuestión, debemos estudar a independencia dos sucesos F e M. Serán independentes se, por exemplo, o valor de $P(F|M)$ coincide co valor de $P(F)$, o cal non é certo posto que, da información proporcionada nesta tarefa temos

$$P(F|M) = \frac{85}{100} \neq \frac{81}{100} = P(F). \tag{2.71}$$

Logo, dar unha opinión favorábel depende do feito de mercar os tomates da variedade Negro.

Outra forma de xustificar este feito sería comprobando que o valor da probabilidade $P(F \cap M)$ non coincide co valor do produto $P(F) \cdot P(M)$, o cal tamén é evidente posto que, por unha parte,

$$P(F \cap M) = P(F|M) \cdot P(M) = \frac{85}{100} \cdot \frac{4}{5} = \frac{17}{25}, \tag{2.72}$$

e por outra

$$P(F) \cdot P(M) = \frac{81}{100} \cdot \frac{4}{5} = \frac{81}{125}, \tag{2.73}$$

valores que non coincicen.

(4) Consideramos unha nova variábel aleatoria definida por

$$X = \text{número de clientes que ofrecerán unha opinión diferente.} \tag{2.74}$$

Esta nova variábel segue unha distribución binomial de parámetros $n = 10$ (somos 10 clientes para sermos atendidos no posto de venda) e $p = P(I)$, onde o valor desta probabilidade podemos obtelo a partir do teorema das probabilidades totais

$$P(I) = P(I|M) \cdot P(M) + P(I|\bar{M}) \cdot P(\bar{M}), \tag{2.75}$$

ou ben, máis facilmente, tendo en conta que os sucesos F, D e I forman un sistema completo de sucesos:

$$P(I) = 1 - (P(F) + P(D)) = 1 - \left(\frac{81}{100} + \frac{29}{500}\right) = \frac{33}{250} \approx 0{,}13. \tag{2.76}$$

En consecuencia, o valor esperado virá dado por

$$E[X] = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}13 = 1{,}3, \tag{2.77}$$

o que significa que se espera que un dos dez clientes ofrecerá unha opinión indiferente sobre os tomates da variedade Negro.

Respecto da segunda cuestión que se formula, está claro que debemos calcular o valor da probabilidade $P(X \geq 1)$. Empregando a función de distribución dunha distribución binomial B(10;0,13) obtemos

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} 0{,}13^0 \, 0{,}87^{10} = 1 - 0{,}2484 = 0{,}7516, \tag{2.78}$$

é dicir, que existe unha probabilidade dun 75,16% de que polo menos un dos clientes ofrecerá unha opinión indiferente.

□

Tarefa extra 2.3. Despois da colleita cómpre empaquetar os tomates recollidos en bolsas ecolóxicas reutilizábeis. No caso do tomate da variedade Apementado, para evitar estragarse, non poden pesar en conxunto máis dun quilo. A distribución do peso en gramos segue unha distribución normal, e sábese que o peso medio do ano pasado foi de 270 gramos por unidade, algo superior ao que se recollía no ano 2015 polo Centro de Investigacións Agrarias de Mabegondo e moitísimo máis do que se dá noutros territorios baixo o nome de Andine Cornue (o nome científico é *Solanum lycopersicum*). Tamén se sabe que o 10% dos tomates da clase Apementado máis grandes tiveron un peso mínimo de 282,815 gramos. Na cadea de embalaxe nun primeiro momento destínanse a salsa de tomate os tomates que pesan menos de 253,55 gramos, e os tomates restantes divídense en 3 tamaños: tomates pequenos, medianos e grandes.

1. Determina os pesos de cada grupo de tomates se queremos o mesmo número de tomates por grupo. Unha tenda local de alimentos selectos, quere abrir unha liña de negocio por internet, e precisa saber a porcentaxe de tomates da que podería dispor dun tamaño grande (determinado por un peso mínimo de 290 gramos).

2. Para a planificación da recollida cómpre saber o tempo medio de maduración. Por anos pasados, e se a meteoroloxía é semellante, sábese que o tempo T en días dende que unha flor se abre e se poliniza ata que madura o tomate é unha variábel continua con función de densidade:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 30, \\ \lambda e^{-\lambda(t-30)}, & t > 30, \end{cases} \tag{2.79}$$

   onde o parámetro λ depende da variedade de tomate. Se $\lambda = 0{,}075$ temos a variedade Apementado. Cal é o tempo medio de maduración desta variedade?

3. Dado que as persoas da cooperativa prefiren traballar con números enteiros (1 día, 2 días, 3 días, ...) determina a distribución de probabilidade[a] da variábel discreta $[T]$, onde $[x]$ representa parte enteira do número x, é dicir, $[\pi] = 3$.

4. Xustifica a adecuación ou non da función de densidade indicada para o tempo de maduración.

[a]Función de masa de probabilidade: valores que pode dar a variábel e a probabilidade de cada un deles.

Solución. **(1)** En primeiro lugar debemos determinar a desviación típica da variábel

$$X = \text{Peso en gramos dun tomate Apementado} \sim N(\mu = 270; \sigma). \tag{2.80}$$

Posto que

$$P(X \geq 282{,}815) = 0{,}10, \quad P(X < 282{,}815) = 0{,}90 \tag{2.81}$$

tipificando ($Z \sim N(0; 1)$):

$$P\left(\frac{X - 270}{\sigma} < \frac{282{,}815 - 270}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{282{,}815 - 270}{\sigma}\right) = 0{,}90. \tag{2.82}$$

Da táboa da distribución normal N(0; 1) temos que

$$P(Z < 1{,}281) = 0{,}90 \tag{2.83}$$

(redondeando a 2 decimais), de onde deducimos que

$$\frac{282{,}815 - 270}{\sigma} = 1{,}281 \tag{2.84}$$

polo que resulta un valor de $\sigma = 10$ gramos.

Agora debemos obter a porcentaxe de tomates non destinados a salsa para determinar os puntos de corte que van delimitar os rangos de clasificación de tomate pequeno, mediano e grande.

$$\begin{aligned} P(X < 253{,}55) &= P\left(\frac{X - 270}{\sigma} < \frac{253{,}55 - 270}{10}\right) \\ &= P(Z < -1{,}645) = 1 - P(Z < 1{,}645) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05. \end{aligned} \tag{2.85}$$

Se asignamos como intervalos

$$(-\infty, 253{,}55), \quad [253{,}55, t_1), \quad [t_1, t_2), \quad [t_2, +\infty), \tag{2.86}$$

temos que

$$P(X < 253{,}55) = 0{,}05, \quad P(X < t_1) = 0{,}05 + \frac{0{,}95}{3} = 0{,}3666, \tag{2.87}$$

$$P(X < t_2) = 0{,}05 + \frac{2 \times 0{,}95}{3} = 0{,}6833 \tag{2.88}$$

Podemos entón calcular o valor de t_1 que se obtén da táboa (despois de tipificar) ao termos en conta que

$$P\left(Z < -\frac{t_1 - 270}{10}\right) = 1 - 0{,}3666 = 0{,}6334, \tag{2.89}$$

é dicir,

$$-\frac{t_1 - 270}{10} = 0{,}3408, \quad t_1 = 270 - 0{,}3408 \times 10 = 266{,}59 \text{ gramos.} \tag{2.90}$$

Analogamente para t_2:

$$P(X < t_2) = P\left(Z < \frac{t_2 - 270}{10}\right) = 0{,}6833, \tag{2.91}$$

é dicir,

$$\frac{t_2 - 270}{10} = 0{,}4769, \quad t_2 = 270 + 0{,}4769 \times 10 = 294{,}77 \text{ gramos.} \tag{2.92}$$

Posto que os tomates teñen peso positivo, e os de menos de 253,55 gramos van para salsa de tomate, temos os seguintes intervalos:

$$(0, 253{,}55), \quad [253{,}55,\ 266{,}59), \quad [266{,}59\,,\ 294{,}77), \quad [294{,}77\,, +\infty). \tag{2.93}$$

A porcentaxe de tomates da variedade Apementado de tamaño grande vén dada por:

$$\begin{aligned} P(X \geq 140) = P\left(\frac{X - 270}{10} \geq \frac{290 - 270}{10}\right) &= P(Z \geq 2{,}00) \\ &= 1 - P(Z < 2{,}00) = 1 - 0{,}9722, \end{aligned} \tag{2.94}$$

é dicir, é do 2,78%.

(2) Primeiramente realizamos un cambio de variábel, definindo $\tilde{T} = T - 30$, de xeito que a función de densidade vén dada por:

$$\tilde{f}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t > 0. \end{cases} \tag{2.95}$$

Calculamos agora

$$\begin{aligned} E(T) &= E(\tilde{T}) + 30 = 30 + \int_{\mathbf{R}} t\tilde{f}(t)dt \\ &= 30 + \int_{-\infty}^{0} t\, \cdot 0dt + \int_{0}^{+\infty} \lambda t e^{-\lambda t} dt = 30 + 0 + \int_{0}^{+\infty} \lambda t e^{-\lambda t} dt\,. \end{aligned} \tag{2.96}$$

Aplicando integración por partes con $u = t$ e $dv = \lambda e^{-\lambda t}dt$ e polo tanto $du = dt$ e $v = -e^{-\lambda t}$

$$E(T) = 30 - te^{-\lambda t}\Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda t}dt = 30 - te^{-\lambda t}\Big|_0^{+\infty} - \frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\Big|_0^{+\infty} = 30 + \frac{1}{\lambda} \tag{2.97}$$

Para un valor de $\lambda = 0{,}075$ o tempo medio de maduración é de

$$\frac{1}{0{,}075} + 30 = 43{,}333 \text{ días.} \tag{2.98}$$

(3) Consideramos a variábel

$$D = [T] = \text{tempo en días de maduración.} \tag{2.99}$$

Dado que a función de densidade toma valores positivos a partir do 30, a variábel D tamén. Ademais,

$$\begin{array}{ll} D = [t] = 30, & t \in (30, 31), \\ D = [t] = 31, & t \in [31, 32), \\ D = [t] = 32, & t \in [32, 33), \\ \vdots & \vdots \\ D = [t] = i & t \in [i, i+1), \\ \vdots & \vdots \end{array} \tag{2.100}$$

Polo tanto veríficase que a variábel D toma enteiros maiores ou iguales a 30, cunha probabilidade de:

$$\begin{aligned} P(D = i) = P([T] = i) = P([\tilde{T}] = i - 30) = \int_{i-30}^{i-29} \lambda e^{-\lambda t} dt \, = \, -e^{-\lambda t}\Big|_{i-30}^{i-29} \\ = e^{-\lambda(i-30)} - e^{-\lambda(i-29)} = e^{-\lambda(i-30)} \left(1 - e^{-\lambda}\right). \end{aligned} \tag{2.101}$$

Para os 10 primeiros valores temos as seguintes probabilidades:

D	p
30	0,0237
31	0,0232
32	0,0226
33	0,0221
34	0,0215
35	0,0210
36	0,0205
37	0,0200
38	0,0196
39	0,0191

(4) Podemos observar que a función de densidade toma valores continuos no intervalo $(30, \infty)$ con decrecemento exponencial dependendo do parámetro λ. Canto maior é o valor do parámetro, máis pequena é a media e menor variabilidade. Menor valor implica media máis grande e maior variabilidade. Sobre a forma da curva, indica que a maduración dos tomates prodúcese con alta probabilidade para valores próximos á media, destacando maior probabilidade para valores menores da media (fronte a valores maiores da media) e que uns poucos terán maduración tardía, o cal se xustifica debido a que ao final do verán as temperaturas son máis baixas.

Sobre a non adecuación da densidade, indicar que, a variábel pode tomar valores maiores que 30, ata o $+\infty$, caso que non se dá na realidade. Destacar, que a pesar desta inadecuación ao problema real, a probabilidade de que isto ocorre é desprezábel, causada polo decaemento exponencial da curva.

□

Análise do decálogo de dimensións de competencialidade e avaliación das competencias.

Tal e como sinalamos no proemio, o cambio no modelo vai moito máis alá de contextualizar os enunciados, pois ademais de situar as cuestións en contornas próximas ao alumnado o importante é avaliar criterios e competencias, non os contidos.

Ademais de presentar varias situacións de aprendizaxe, a nosa idea é analizar a súa competencialidade e a súa relación co currículo de segundo de bacharelato para o cal desenvolvemos cun alto grao de detalle a avaliación da primeira das situacións de aprendizaxe, que entendemos pode ser de referencia para facer o mesmo estudo no resto das situacións propostas. Só fixemos esta análise para a primeira das situacións de aprendizaxe (*Influencers*) que consideramos moi detallada, e nas outras, como a presente, pode reformularse *mutatis mutandis*.